

**Johannes-Turmair-Gymnasium Straubing**

Oberstufenjahrgang 2013 - 2015

**SEMINARARBEIT**

Rahmenthema des Wissenschaftspropädeutischen Seminars:

**"Physik und Sport"**

Leitfach: Physik

Thema der Seminararbeit:

**Analyse physikalischer Aspekte im alpinen Skisport**

Verfasser der Seminararbeit: Patrick Ostermaier

Kursbezeichnung des W-Seminars: Physik und Sport

Kursleiter: StR Dr. Gerd Birner

Abgabetermin: 04. November 2014

Abgegeben am: 04. November 2014

Abschlusspräsentation am: 24. November 2014

Erzielte Punkte der schriftlichen Arbeit:

Erzielte Punkte der Abschlusspräsentation:

Gesamtpunktzahl (3-fach schriftlich + Präsentation):

Doppelte Wertung (= Gesamtpunktzahl geteilt durch 2, gerundet):

Aus der einfachen Wertung (= Gesamtpunktzahl geteilt durch 4, gerundet):

ergibt sich für die Gesamtleistung die Note ....., in Worten: .....

Unterschrift des Kursleiters: .....

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung .....</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Untersuchungsgegenstand und dessen physikalische Grundlagen .....</b>	<b>4</b>
2.1	Luftwiderstand und Gewicht als Einflussfaktoren auf die Geschwindigkeit im alpinen Skirennsport .....	4
2.2	Beschleunigende Gesamtkraft und ihre Komponenten in der Geradeausfahrt.....	5
<b>3</b>	<b>Versuchsdurchführung und -auswertung.....</b>	<b>6</b>
3.1	Versuchsaufbau und -bedingungen auf der Weltcupstrecke am Großen Arber .....	6
3.2	Geschwindigkeitsmessung bei variierender Hangneigung, Fahrposition und Masse ..	10
3.3	Versuchsauswertung mit der Videoanalysesoftware Viana.NET.....	10
3.4	Statistische Fehler der Versuchsdurchführung und -auswertung .....	15
<b>4</b>	<b>Simulation der Bewegungsabläufe mithilfe mathematischer Berechnungen .....</b>	<b>17</b>
4.1	Methoden zur Berechnung der Hangabtriebskraft, der Reibungskraft und der Luftwiderstandskraft .....	17
4.2	Berechnung der Geschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Hangneigung, der Fahrposition und der Masse des Skifahrers .....	20
4.3	Auswirkungen der Ungenauigkeiten der Parameter .....	21
<b>5</b>	<b>Interpretation der Versuchs- und Simulationsergebnisse.....</b>	<b>24</b>
5.1	Vorstellen der Übereinstimmungen und der Abweichungen zwischen den Versuchs- und Simulationsergebnissen .....	24
5.2	Diskussion der luftwiderstandsoptimierten Fahrposition im flachen und im steilen Gelände .....	27
5.3	Diskussion der Auswirkung des Gewichts des Skifahrers auf dessen Geschwindigkeit .....	28
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>28</b>

<b>Anhang .....</b>	<b>29</b>
A.1 Versuchsaufbau auf der Weltcupstrecke am Großen Arber.....	29
A.2 Berechnung der Hangneigung der Skipiste .....	30
A.3 Bestimmung der Querschnittsflächen mithilfe der Bildanalysesoftware Fiji .....	30
A.4 Videoaufnahmen der Versuchsdurchführungen .....	31
A.5 Bestimmung der analysierten Streckenlänge .....	32
A.6 Daten der Versuchsanalyse und Mittelwertbildung für die einzelnen Versuchsabschnitte .....	33
A.7 Abweichungen der Einzelgeschwindigkeiten von den Mittelwerten .....	34
A.8 Iterative Berechnungen der Geschwindigkeiten.....	35
A.9 Auswirkungen von Ungenauigkeiten angenommener Parameter .....	35
A.10 Abweichungen der Versuchsergebnisse von den berechneten Werten .....	35
<b>Abbildungs- und Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>36</b>
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>37</b>
<b>Eidesstattliche Versicherung.....</b>	<b>39</b>

## 1 Einleitung

Skifahren ist eine komplexe Sportart, die auf verschiedensten physikalischen Gesetzmäßigkeiten basiert. Die für die Geschwindigkeit eines Skifahrers relevante beschleunigende Kraft resultiert aus der Hangabtriebskraft und den dieser entgegenwirkenden Reibungskräften, genauer der Gleitreibungskraft sowie der Luftwiderstandskraft. In der Kurvenfahrt wirkt zusätzlich die sich aus Zentripetalkraft und Gewichtskraft ergebende Kraft.

In dieser Seminararbeit wird schwerpunktmäßig der Einfluss des Luftwiderstandes auf die Geschwindigkeit eines Skifahrers untersucht. Darüber hinaus wird der Frage nachgegangen, ob Fahrer mit einem größeren Gewicht gegenüber leichteren Skifahrern im Vorteil sind. Die Versuchsdurchführung erfolgt unter rennähnlichen Bedingungen auf der Weltcupstrecke am Großen Arber.

Für die Auswertung und Interpretation der Versuche gilt es, erstens die bei der Versuchsdurchführung wesentlichen physikalischen Kräfte zu erläutern (Kapitel 2), zweitens die Versuchsdurchführung zu beschreiben sowie die daraus resultierenden Versuchsergebnisse mit der Videoanalysesoftware Viana.NET auszuwerten (Kapitel 3), drittens die Versuchsergebnisse durch die Berechnung von Hangabtriebskraft, Luftwiderstandskraft und Reibungskraft mathematisch nachzuvollziehen (Kapitel 4) sowie viertens die empirisch gemessenen und mathematisch nachvollzogenen Ergebnisse zusammenzuführen und zu interpretieren (Kapitel 5).

## 2 Untersuchungsgegenstand und dessen physikalische Grundlagen

### 2.1 Luftwiderstand und Gewicht als Einflussfaktoren auf die Geschwindigkeit im alpinen Skirennsport

Im offiziellen DSV-Lehrplan Ski Alpin steht zur Verringerung des Luftwiderstandes folgendes:

*„Beim Gleiten [...] suchen Topathleten immer wieder die optimale Abfahrtsposition im Wettkampf gegen die Zeit. [...] D[er] Luftwiderstand bremst [...] den Skifahrer, und zwar umso mehr, je schneller er fährt. Das bedeutet, dass der Rennläufer versuchen muss, dem Wind in jeder Situation möglichst wenig Angriffsfläche zu bieten. [...]“ [4].*

Selbst bei Olympiasiegern im alpinen Skirennsport lässt sich beobachten, dass jene meist nur im Flachen in der kompakten Abfahrtsposition fahren und im Steilen auf diese verzichten. Ob

die Rennfahrer dies nur tun, weil es ihnen aufgrund des hohen technischen Anspruchs nicht möglich ist, oder weil es im Steilen nicht so effektiv ist wie in flachen Bereichen, wird ein Vergleich der Versuche im flachen und steilen Gelände zeigen.

Des Weiteren ist auffällig, dass Weltklasserennläufer heutzutage muskulöser und damit schwerer sind als noch vor ca. 20 Jahren. Dies ist auf die viel dynamischere Fahrtechnik zurückzuführen, die mit der Entwicklung der Carving-Ski Einzug genommen hat. Hierbei stellt sich aber gleichzeitig die Frage, ob denn die Masse allein schon einen Geschwindigkeitsvorteil verschaffen kann. Ein Versuch soll bei identischen Pistenbedingungen sowie gleicher Ausrüstung und Fahrweise Aufschluss darüber geben.

## 2.2 Beschleunigende Gesamtkraft und ihre Komponenten in der Geradeausfahrt

Für die Überprüfung der beiden Fragestellungen ist es hinreichend, sich auf eine Geradeausfahrt zu beschränken. Es gibt drei Kräfte, die für den Versuch von Bedeutung sind und die alle drei zusammen in eine **beschleunigende Gesamtkraft**  $F_{Ges}$  resultieren [7, 10, 14]. Abbildung 1 verdeutlicht diese Zusammenhänge [7].

$$F_{Ges} = F_H - F_R - F_L \quad (1)$$

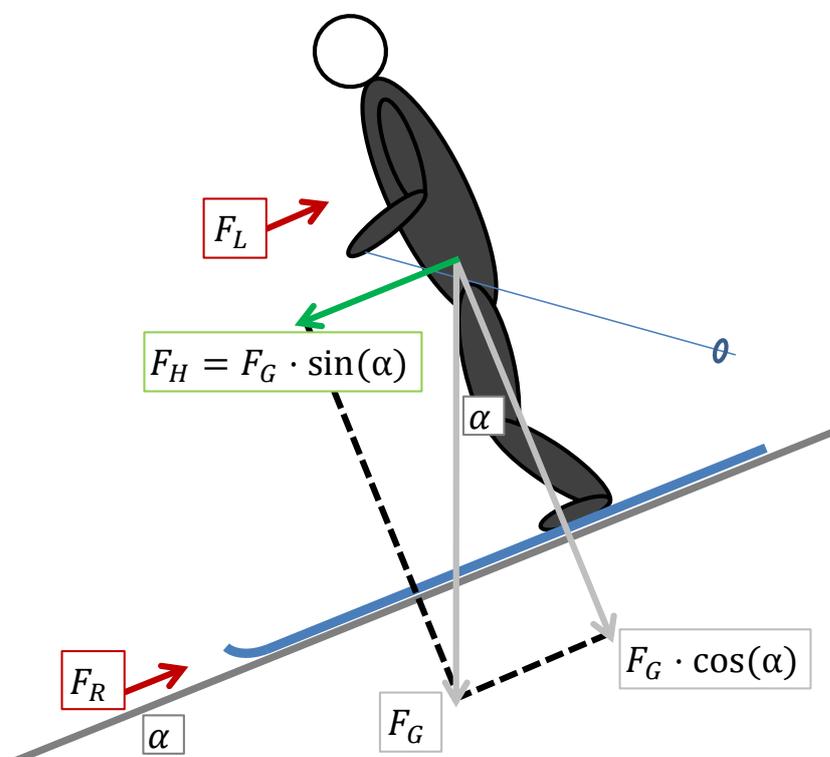


Abbildung 1: Kräfte bei einer Geradeausfahrt

Die **Hangabtriebskraft**  $F_H$ , welche als einzige der drei Kräfte eine beschleunigende ist, setzt sich zusammen aus der Gewichtskraft  $F_G$ , die sich aus dem Produkt der Masse  $m$  des Skifahrers und der Erdbeschleunigung  $g$  ergibt, und dem Sinus  $\sin(\alpha)$  der Hangneigung.

$$F_H = F_G \cdot \sin(\alpha) = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \quad (2)$$

Dieser Kraft entgegen wirkt die **Reibungskraft**  $F_R$  zwischen den Ski und dem Schnee, die wiederum aus der Gewichtskraft  $F_G$ , dem Reibungskoeffizienten  $\mu$  und dem Kosinus  $\cos(\alpha)$  der Hangneigung resultiert.

$$F_R = F_G \cdot \mu \cdot \cos(\alpha) = m \cdot g \cdot \mu \cdot \cos(\alpha) \quad (3)$$

Eine weitere entgegen gerichtete Kraft ist die **Luftwiderstandskraft**  $F_L$ , deren Komponenten der Luftwiderstandsbeiwert  $c_w$ , die Querschnittsfläche  $A$  des Skifahrers, die Luftdichte  $\rho$  und die Geschwindigkeit  $v$  des Skifahrers sind.

$$F_L = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \quad (4)$$

### 3 Versuchsdurchführung und -auswertung

#### 3.1 Versuchsaufbau und -bedingungen auf der Weltcupstrecke am Großen Arber

Für die Versuchsdurchführung wird eine Skipiste mit einem sowohl steilen als auch flachen Pistenabschnitt und jeweils konstanter Hangneigung benötigt. Diese Charakteristik erfüllt in idealer Weise die Weltcupstrecke am Großen Arber. Insgesamt werden fünf Teilversuche auf jeweils gleiche Art und Weise durchgeführt.

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt. Start und Ziel werden im Abstand von 50 Metern mit farbigen Luftballons markiert. Dies geschieht auf einer Seite der Piste, nahe deren Randes. Am gegenüberliegenden Pistenrand wird eine Videokamera auf einem Stativ im Lot und parallel zur Fünfzig-Meter-Strecke fixiert. In Anlage A.1 befinden sich weitere Veranschaulichungen des Versuchsaufbaus.

Die Parallelität zur Messstrecke ist deshalb von Bedeutung, da es bei einer späteren Analyse der Filmaufnahmen Bildverzerrungen verhindert. Aus diesem Grund wird zur Zentrierung der Kamera bei genau der Hälfte der fünfzig Meter ein weiterer Luftballon angebracht. Der Versuchsaufbau erfolgt identisch auf einem steilen und flachen Abschnitt der Weltcupstrecke.

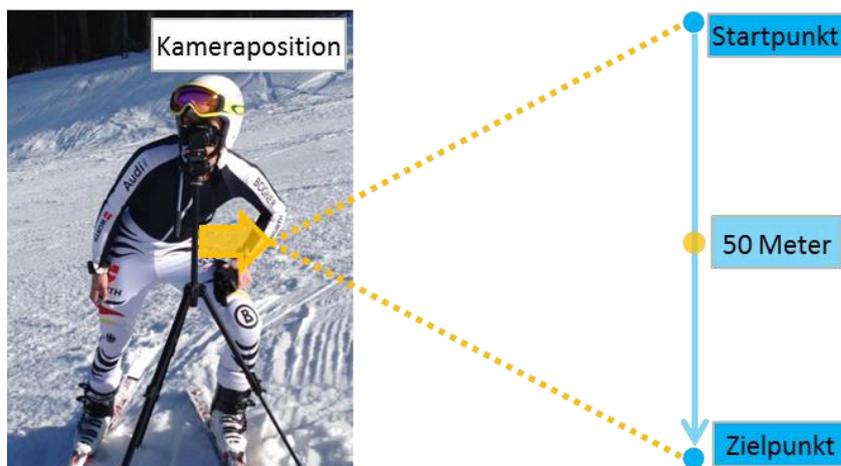


Abbildung 2: Schema des Versuchsaufbaus

Die Höhe des Start- und Zielpunktes wird mit einem geeichten, barometrischen Höhenmesser mit einer Auflösung von einem Meter ermittelt, um anhand der Sinusformel die exakte Hangneigung zu bestimmen. Subtrahiert man die Höhe  $b$  des Zielpunktes von der Höhe  $a$  des Startpunktes, erhält man die Höhendifferenz der Fünfzig-Meter-Strecke. Konstruiert man sich nun ein rechtwinkliges Dreieck mit der Fünfzig-Meter-Strecke als Hypotenuse und der Höhendifferenz als Gegenkathete des Winkels  $\alpha$ , welcher dem der Hangneigung entspricht, kann anhand der Sinusformel der Neigungswinkel  $\alpha$  errechnet werden (siehe Abbildung 3):

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Höhendifferenz}}{50,0 \text{ m}}$$

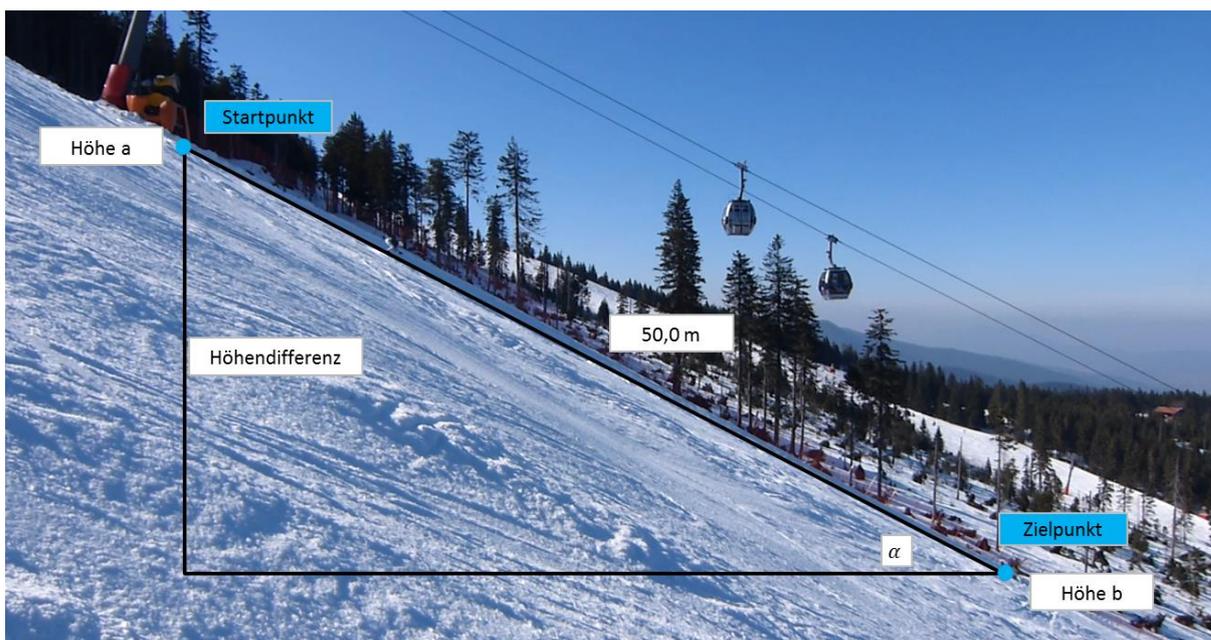


Abbildung 3: Schema zur Ermittlung der Hangneigung

So lässt sich der Neigungswinkel im Steilen auf  $28,7^\circ$  und im Flachen auf  $16,3^\circ$  bestimmen. Die genauen Rechnungen und weitere Veranschaulichungen sind als Anlage A.2 beigefügt. Das Nachmessen in den von der mit einer Wasserwaage ausgerichteten Kamera aufgenommenen Filmaufnahmen bestätigt diese Werte.

Jeder Teilversuch wird drei Mal durchgeführt um einen Mittelwert bilden und gegebenenfalls Fehlversuche streichen zu können. Das durch jahrelange Erfahrung im Leistungssport sehr hohe technische Niveau des Testfahrers trägt zur Konstanz der Versuchsfahrten bei. Dennoch können Abweichungen nicht vollständig verhindert werden.

Die Bestimmung der Querschnittsflächen erfolgt mittels der Bildanalysesoftware Fiji.



Abbildung 4: Bestimmung der Querschnittsfläche mithilfe der Bildanalysesoftware Fiji

Die mittige Kamerapositionierung minimiert Verzerrungen im Bild. Es werden sowohl die aufrechte als auch die kompakte Abfahrtsposition von vorne fotografiert, wobei diese auch den Haltungen in den Versuchsfahrten entsprechen. Als Maßstab dient die Vorderkante des Podests. Anhand der markierten Umriss - in Abbildung 4 gelb umrandet - errechnet das Programm die jeweiligen Querschnittsflächen [17]. Die genauen Daten der Berechnung sowie die Bestimmung der Querschnittsfläche der aufrechten Position sind als Anlage A.3 beigefügt.

Durch den Flächenvergleich in Abbildung 5 wird deutlich, dass die Querschnittsfläche der kompakten um 47 % kleiner ist als die der aufrechten Position.



Aufrechte Position:  $0,548 \text{ m}^2$



Kompakte Position:  $0,293 \text{ m}^2$

Abbildung 5: Querschnittsflächen der aufrechten und kompakten Position

Bei einer Veränderung der Fahrposition ändert sich nicht nur die Querschnittsfläche, sondern auch der Luftwiderstandsbeiwert  $c_w$ . Der Wert ist abhängig von der Form und der Oberflächenbeschaffenheit.



Quaderähnliche Form,  $c_w$ -Wert: 0,7



Stromlinienform,  $c_w$ -Wert: 0,20

Abbildung 6: Geschätzte  $c_w$ -Werte der aufrechten und kompakten Position

Letztere variiert zwischen der aufrechten Position und der Abfahrtshocke zwar nicht, aber die Form ändert sich sehr wohl. Während man die Form des Rennläufers in einer aufrechten Position als eher länglichen Quader beschreiben kann, nähert sich die Form der Abfahrtshocke der Tropfen- bzw. Stromlinienform an (siehe Abbildung 6). Windkanaltests des Austria Ski-Teams ergaben  $c_w$ -Werte von 0,20 für kompakte Abfahrtspositionen [3]. Dieser Wert wird für die kompakte Position des Testfahrers übernommen. Der  $c_w$ -Wert für die aufrechte Position wird auf 0,7 geschätzt. Bei dieser Schätzung wird von einem im Windkanal ermittelten  $c_w$ -Wert von 0,95 für einen durchschnittlichen, stehenden Menschen mit vorgestreckten Händen in Alltagskleidung ausgegangen [5], jedoch zusätzlich der Effekt der hautengen, luftwiderstandsoptimierten Rennbekleidung berücksichtigt.

### 3.2 Geschwindigkeitsmessung bei variierender Hangneigung, Fahrposition und Masse

Die ersten beiden Teilversuche werden auf dem steilen Pistenabschnitt mit der Hangneigung von  $28,7^\circ$  durchgeführt. Der Rennfahrer befährt die Teststrecke zuerst drei Mal in aufrechter und danach in kompakter Fahrposition. Anschließend wird dasselbe auf einer Hangneigung von  $16,3^\circ$  wiederholt. Später lässt sich dann auch vergleichen, ob der Einfluss einer kompakten Position im Flachen größer ist als im Steilen. Abschließend wird noch ein letzter Versuch im Flachen vorgenommen, in welchem die Bedeutung der Masse überprüft werden soll. Der Testfahrer erhält ein Zusatzgewicht von 21,3 Kilogramm, was sein Gesamtgewicht um 26 % erhöht. Indem er in einer aufrechten Position abfährt, lässt sich dieser Versuch mit jenem vergleichen, bei welchem im flachen Gelände in aufrechter Position ohne Zusatzgewicht gefahren wurde. Da das Zusatzgewicht in Rucksäcken über dem Rennanzug getragen wird, verschlechtert sich auch der Luftwiderstandsbeiwert  $c_w$ . Diese Veränderung wird aber vernachlässigt. Anlage A.1 veranschaulicht die Versuchsdurchführung und die Videoaufnahmen sind als Anlage A.4 beigefügt.

### 3.3 Versuchsauswertung mit der Videoanalysesoftware Viana.NET

Die gefilmten Versuche werden mit der Videoanalysesoftware Viana.NET 4.2 analysiert und ausgewertet [20]. Hierbei wird wie folgt vorgegangen:

1. In den eingespielten Filmsequenzen wird vor Beginn der eigentlichen Analyse ein Maßstab definiert. In Abbildung 7 sieht man den gewählten Maßstab für die gefahrene Strecke sowie Start und Ziel. Der Testfahrer ist als Silhouette am Start erkennbar.



Abbildung 7: Einmessung des Videos

- Per Mausklick wird die Position des Testfahrers über die Versuchsfahrt hinweg auf jedem einzelnen Bild des Videos markiert. Diese manuelle Analyse des Rennfahrers ist in Abbildung 8 erkennbar.



Abbildung 8: Manuelle Analyse des Rennfahrers

- In Abbildung 9 wird nun eine möglichst mit den Messpunkten übereinstimmende Funktion  $s(t)$  in dem Zeit-Weg-Diagramm angezeigt.

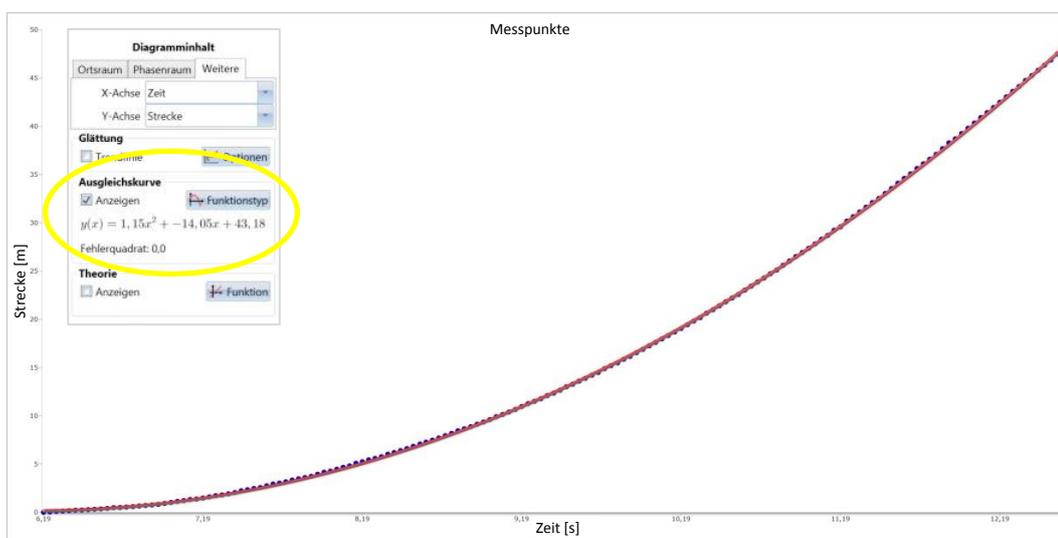


Abbildung 9: Ausgleichskurve  $s(t)$  in dem Zeit-Weg-Diagramm

4. Nach der Ableitung dieser Funktion  $s(t)$  nach der Zeit kann man in dem Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm die Geschwindigkeit am Ende der Messzeit ablesen. In Abbildung 10 beträgt diese  $14,91 \frac{m}{s}$ .

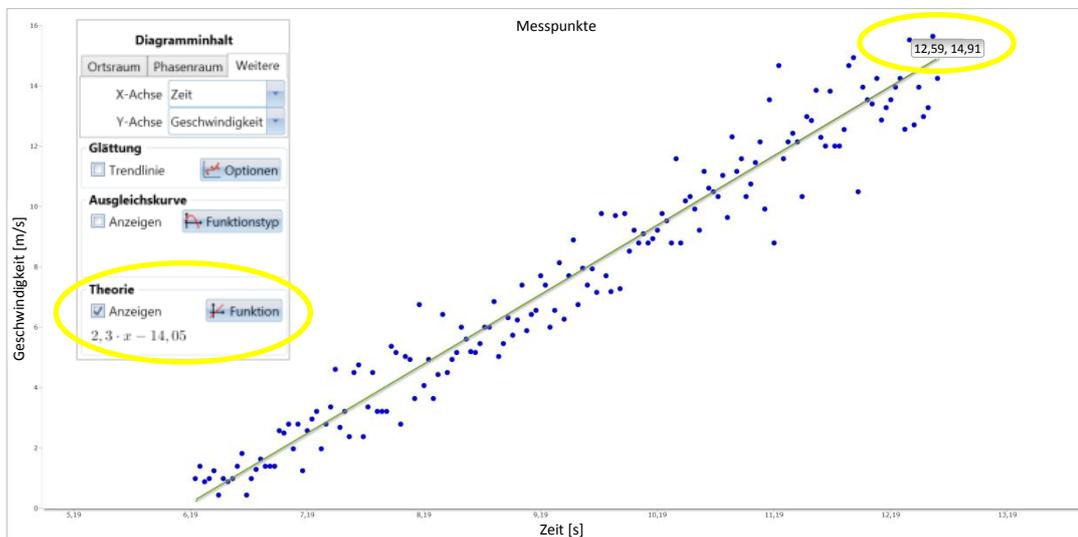


Abbildung 10: Funktion  $v(t)$  in dem Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm

Abbildung 11 und 12 verdeutlichen einen zu eliminierenden Perspektivenfehler, der darauf zurückzuführen ist, dass der dreidimensionale Versuchsaufbau zweidimensional festgehalten wurde.

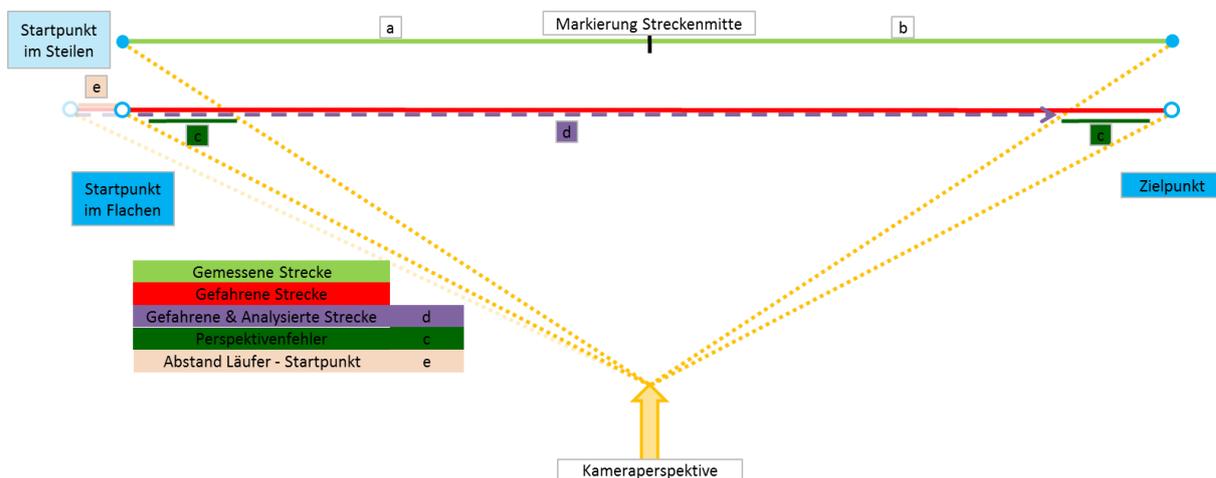


Abbildung 11: Vogelperspektive zur Bestimmung der analysierten Streckenlänge



Abbildung 12: Kameraperspektive zur Bestimmung der analysierten Streckenlänge

Die als Maßstab dienende Strecke befindet sich hinter der Fahrstrecke des Rennläufers. Aus der Sicht der Kamera scheint es, als würde sich der Rennfahrer beim Start oberhalb der Startmarkierung befinden, obwohl er neben dieser steht. In Abbildung 7 ist dies schwach erkennbar. Da die Kamera auf die Markierung der Streckenmitte zentriert wurde, tritt dieser Effekt auch beim Ziel auf. Es sieht so aus, als würde der Rennfahrer gerade den Zielluftballon hinter sich lassen, obwohl er sich in Wirklichkeit erst nach der Strecke  $c$  auf dessen Höhe befindet. Die analysierte Strecke  $d$  setzt sich also aus der gemessenen Strecke  $a + b$  abzüglich des Perspektivenfehlers  $c$  zusammen, da der Testfahrer von seiner Startposition bis zum scheinbaren Erreichen der Zielmarkierung analysiert wurde.

Da sowohl im Flachen als auch im Steilen aufgrund von Befestigungsproblemen der Markierungen im Schnee jeweils nur ein Teilabschnitt der gemessenen Strecke  $a + b$  genau 25,0 m entspricht, wird dieser Abschnitt in dem Video nochmals abgemessen und so der Wert für den anderen Teilabschnitt in Metern bestimmt. Ebenso wird auch mit dem Perspektivenfehler  $c$  verfahren. Man erhält für die analysierte Streckenlänge im Flachen einen Wert von 48,7 m. Im Steilen kommt hinzu, dass der Testfahrer tatsächlich ca. 0,4 m oberhalb der Startmarkierung stand, was bei der Messung des Perspektivenfehlers  $c$  den Wert für diesen inklusive des tatsächlichen Abstands  $e$  zwischen dem Läufer und dem Startluftballon liefert. Zur Berechnung der analysierten Streckenlänge  $d$  muss also dieser Abstand  $e$  mit den Teilabschnitten  $a$  und  $b$  summiert werden, bevor der Perspektivenfehler abgezogen wird. Dieser wird berechnet, indem man anhand des 25,0 m langen Teilabschnitt die Länge der Strecke  $c + e$  ermittelt und von dieser Länge dann den Abstand  $e$  abzieht. Daraus folgt eine analysierte Streckenlänge im Steilen von ebenfalls 48,7 m. Die exakten Berechnungen sowie veranschaulichende Detailaufnahmen sind als Anlage A.5 beigelegt.

Die Geschwindigkeitsermittlung in Viana.NET lässt sich wie folgt zusammenfassen:

Aus der Bestimmung der Position des Rennfahrers auf jedem einzelnen Bild des Filmes erhält man ein Weg-Zeit-Diagramm mit den einzelnen Messpunkten. Eine Ausgleichskurve, welche mit dem aus den Messpunkten entstehenden Graphen am genauesten übereinstimmt, liefert die passende Funktion  $s(t)$ . Die Ableitung der Funktion  $s(t)$  nach der Zeit ist die Funktion  $v(t)$  für die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit. Sobald der Graph dieser Funktion nun wieder angezeigt wird, lässt sich die Geschwindigkeit des Testfahrers nach den

48,7 Metern bestimmen, indem man den letzten Wert des Graphen abliest. Der Grund dafür ist das Ende der Analyse des Videomaterials mit dem Durchfahren des Ziels der Messstrecke.

Da jeder Versuch drei Mal ausgeführt worden ist, verfügt man über fünfzehn verschiedene Endgeschwindigkeiten. Für die jeweils drei Versuchsendgeschwindigkeiten wird ein Mittelwert gebildet. Nur beim Versuch „kompakte Fahrposition im Steilen“ wird die letzte Videoaufnahme von der Mittelwertbildung ausgeschlossen, da die Haltung aufgrund eines Fahrfehlers nicht optimal war (veranschaulicht in Anlage A.6).

Die grundsätzlich geringe Streuung aller übrigen Einzelgeschwindigkeiten verdeutlicht auf der einen Seite, dass die Analyse sehr exakt durchgeführt worden ist und veranschaulicht auf der anderen Seite, dass der Testfahrer mit der einen Ausnahme sehr konstant gefahren ist. Als jeweilige **Mittelwerte der Geschwindigkeiten**  $\bar{v}_{End}$  nach 48,7 Metern haben sich so folgende Werte ergeben:

- Im Flachen, aufrechte Position:  $\bar{v}_{End} \approx 14,21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Im Flachen, aufrechte Position, mit Zusatzgewicht:  $\bar{v}_{End} \approx 14,50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Im Flachen, kompakte Position:  $\bar{v}_{End} \approx 14,84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Im Steilen, aufrechte Position:  $\bar{v}_{End} \approx 18,38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Im Steilen, kompakte Position:  $\bar{v}_{End} \approx 19,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Es wird deutlich, dass der Testfahrer bereits nach 48,7 Metern auf sehr hohe Geschwindigkeiten beschleunigt hat. So erreichte er in der Abfahrtshocke im  $28,7^\circ$  steilen Gelände bis zu  $19,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beziehungsweise  $68,90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

Alle Daten und Graphen der Analyse sowie die Rechnungen zur Mittelwertbildung sind als Anlage A.6 beigefügt.

Untersucht man die Effekte der Abfahrtshocke, so ergeben sich folgende Zusammenhänge (siehe ausführlich Tabelle 2, Kapitel 5.1):

- Im Steilen war der Rennfahrer nach 48,7 Metern in der Abfahrtshocke im Gegensatz zu der Fahrt in aufrechter Position um 4,1 % schneller.
- Im Flachen war der Rennfahrer nach 48,7 Metern in der Abfahrtshocke im Gegensatz zu der Fahrt in aufrechter Position um 4,4 % schneller.

Die Abfahrtshocke führt immer zu einer erheblichen Beschleunigung, unabhängig von der Geländeform. Die Beschleunigung war annähernd vergleichbar. Im Flachen war die Beschleunigungswirkung im Gegensatz zum Steilen um 7,2 % größer.

Hinsichtlich der Auswirkung des Zusatzgewichtes zeigte sich Folgendes:

Der Testfahrer war im Flachen nach 48,7 Metern mit einem Zusatzgewicht im Gegensatz zu der Fahrt ohne Zusatzgewicht um 2,0 % schneller.

### 3.4 Statistische Fehler der Versuchsdurchführung und -auswertung

Bei jedem Versuch kommt es zu statistischen Fehlern [6]. Um diese zu verringern, wurde jeder Versuch nicht nur jeweils einmal durchgeführt, sondern dreimal. Verhindert werden die statistischen Fehler dadurch aber nicht und so spielen besonders folgende drei Fehler eine Rolle:

**Fahrfehler:** Trotz des sehr hohen technischen Niveaus des Testfahrers sind leichte Veränderungen in der Fahrweise für die größten Fehler verantwortlich. Um dem entgegenzuwirken wurde der dritte Versuch in der Abfahrtshocke im steilen Gelände von der Mittelwertbildung ausgeschlossen, da die Position im Vergleich zu den anderen beiden Versuchen zu aufrecht war und so das Ergebnis verfälscht worden wäre.

**Ungenauigkeiten in der Anwendung von Viana.NET:** Für die Videoanalyse mit der Videoanalysesoftware Viana.NET muss der Maßstab jedes Mal von neuem angegeben werden. Da eine sehr lange Referenzstrecke von 47,8 m gewählt wurde, ist nur ein geringer Fehler zu erwarten. Auch im Rahmen der manuellen Analyse muss die Position auf jedem Einzelbild des Films neu bestimmt werden. Wiederholte Analysen führten aber zu denselben Ergebnissen, weshalb auch dieser Fehler in der Positionsbestimmung vernachlässigbar erscheint.

**Ungenauigkeit der Ausgleichsfunktion:** Dieser Fehler ist abhängig von der Qualität der manuellen Analyse, da die Videoanalysesoftware Viana.NET anhand der Messpunkte eine passende Ausgleichsfunktion findet. Nach deren Ableitung dient sie zur Bestimmung der Geschwindigkeit.

Um die Auswirkungen möglicher statistischer Fehler abzuschätzen, wird die jeweils größte **Abweichung der Einzelgeschwindigkeiten von dem jeweiligen Mittelwert** bestimmt. Die Geschwindigkeiten werden auf drei geltende Ziffern genau angegeben, da die Referenzstrecke mit 48,7 Metern auf nur drei geltende Ziffern genau ermittelt werden konnte.

Im Flachen, aufrechte Position:

$$\bar{v}_{End} \approx 14,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 0,63 \% \text{ bzw. } \bar{v}_{End} \approx (14,2 \pm 0,1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Flachen, aufrechte Position, mit Zusatzgewicht:

$$\bar{v}_{End} \approx 14,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 0,62 \% \text{ bzw. } \bar{v}_{End} \approx (14,5 \pm 0,1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Flachen, kompakte Position:

$$\bar{v}_{End} \approx 14,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 0,47 \% \text{ bzw. } \bar{v}_{End} \approx (14,8 \pm 0,1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Steilen, aufrechte Position:

$$\bar{v}_{End} \approx 18,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1,4 \% \text{ bzw. } \bar{v}_{End} \approx (18,4 \pm 0,3) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Steilen, kompakte Position:

$$\bar{v}_{End} \approx 19,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 0,21 \% \text{ bzw. } \bar{v}_{End} \approx (19,1 \pm 0,0) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die größere Abweichung bei der aufrechten Position im Steilen ist ein Indikator für die schwierigere Versuchsdurchführung für den Testfahrer im Steilen. Diese tritt bei einer kompakten Position im Steilen deshalb nicht auf, da ja bereits ein Wert von der Mittelwertbildung aufgrund einer unsauberen Position ausgeschlossen wurde. Die Abweichung im steilen Gelände bei kompakter Position steigt auf  $\pm 1,1 \%$ , wenn die dritte, fehlerhafte Versuchsfahrt einbezogen wird. Es zeigt sich also, dass mit Werten von  $\pm 1,4 \%$  sowie  $\pm 1,1 \%$  im steilen Gelände die größeren Streuungen auftreten.

Alle detaillierten Berechnungen sind als Anlage A.7 beigefügt.

## 4 Simulation der Bewegungsabläufe mithilfe mathematischer Berechnungen

### 4.1 Methoden zur Berechnung der Hangabtriebskraft, der Reibungskraft und der Luftwiderstandskraft

Die Versuchsergebnisse werden mithilfe mathematischer Berechnungen überprüft. Die Berechnungen basieren auf der bereits genannten Formel der beschleunigenden Gesamtkraft  $F_{Ges}$  (vgl. Kapitel 2.2).

Als Methode zur Berechnung der Geschwindigkeiten nach Durchfahren einer bestimmten Streckenlänge kann neben dem Lösen der aus Formel (1) resultierenden Differentialgleichung zur Bestimmung der Geschwindigkeit  $v$  auch das iterative Verfahren angewendet werden [13, 19]: Jeweils für eine kurze Zeitspanne  $\Delta t$  wird die Beschleunigung  $a$  als konstant angenommen. Die Beschleunigung  $a$  kann man mit der Formel

$$F_{Ges} = m \cdot a \quad (5)$$

bestimmen. Hierbei wird diese für jeden Schritt neu berechnet und nimmt ab, da die Geschwindigkeit  $v$  in die Formel für den Luftwiderstand  $F_L$  miteinfließt und dieser sich negativ auf die beschleunigende Gesamtkraft  $F_{Ges}$  auswirkt. Jene wiederum ist direkt proportional zur Beschleunigung  $a$ . Durch die Annahme, dass die Beschleunigung für die Zeit  $\Delta t$  konstant ist, wird die Geschwindigkeit  $v$  für diese Zeitspanne  $\Delta t$  als linear zunehmend betrachtet. Die Geschwindigkeit am Ende des  $n$ -ten Zeitintervalls lässt sich mit der Formel

$$v_n = a_{n-1} \cdot \Delta t + v_{n-1}$$

ermitteln, wobei  $n$  die Anzahl der bereits durchgeführten Schritte beschreibt. Der Weg  $s$  am Ende des  $n$ -ten Zeitintervalls wird berechnet mit

$$s_n = \frac{1}{2}(v_{n-1} + v_n) \cdot \Delta t + s_{n-1}.$$

Je kleiner die gewählte Zeitspanne  $\Delta t$  ist, desto genauer nähert sich diese Methode der kleinen Schritte einer exakten Rechnung an. Aus diesem Grund werden bei jeder Versuchssimulation mittels des Tabellenkalkulationsprogramms Excel genau 100 Schritte durchgeführt. Der Wert für die Zeitspanne  $\Delta t$  wird so gewählt, dass die Streckenlänge mit dem Schritt  $n = 100$  der des Versuchs entspricht.

Die genauen Geschwindigkeiten kann man berechnen, indem man die aus den Gleichungen (1) – (5) erhaltene Differenzialgleichung mit  $a = \dot{v}$  nach der Geschwindigkeit  $v$  auflöst. Diese erhaltene Funktion  $v(t)$  der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit wird über die Zeit integriert, um so die Funktion  $s(t)$  für den Weg in Abhängigkeit der Zeit zu ermitteln [2]. Beide Funktionen können nun mit dem Funktionsplotter von GeoGebra [12] in einem Koordinatensystem angezeigt werden, wobei sich hieraus mithilfe einer Geraden  $g$  und einer Senkrechten  $h$  die exakten Geschwindigkeiten ergeben. Der Wert der Geraden entspricht der Streckenlänge. Der Schnittpunkt  $B$  der Geraden  $g$  mit der Funktion  $s(t)$  liegt auf der Senkrechten  $h$ . Diese schneidet wiederum den Graphen der Funktion  $v(t)$ . Die y-Koordinate dieses Schnittpunktes  $C$  entspricht der Geschwindigkeit  $v$  nach der zuvor bestimmten Streckenlänge.

In Abbildung 13 ist die Geschwindigkeit bei kompakter Position im Steilen exakt berechnet. Für dieses Szenario beträgt die Geschwindigkeit  $20,42 \frac{m}{s}$ .

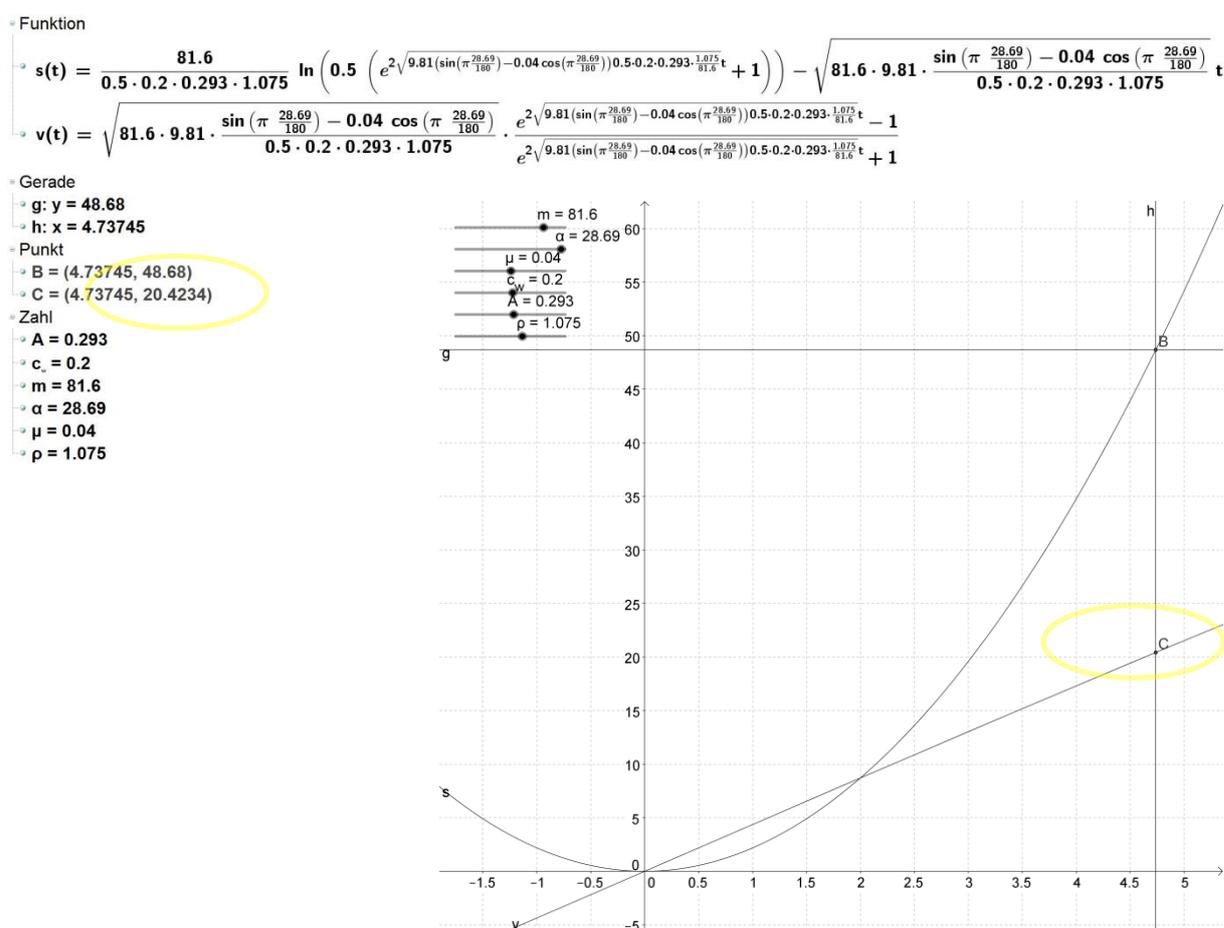


Abbildung 13: Exakte Berechnung der Geschwindigkeit bei kompakter Position im Steilen mithilfe von GeoGebra

Die iterative Methode stimmt mit der exakten Rechnung im Bereich der geltenden Ziffern der Berechnung überein (siehe Kapitel 4.2 und speziell Abbildung 14). Somit kann für die Berechnung der Geschwindigkeiten von den unterschiedlichen Szenarien die iterative Methode verwendet werden.

Für die Rechnungen sind verschiedenste Parameter erforderlich, wobei die meisten bereits während der Versuchsdurchführung erhoben wurden (siehe Kapitel 3). Die noch fehlenden Werte des Gleitreibungskoeffizienten  $\mu$  und der Luftdichte  $\rho$  werden folgendermaßen ermittelt:

Der für die Berechnung der Gleitreibung wichtige **Gleitreibungskoeffizient**  $\mu$ , welcher abhängig von den aneinander reibenden Stoffen variiert, wird entsprechend der Fachliteratur für die Reibung zwischen dem Skibelag und dem Schnee mit 0,04 angesetzt [15]. Der Wert  $\mu = 0,04$  ist lediglich ein Näherungswert. Die tatsächliche Reibung in der Praxis hängt entscheidend von der Qualität des Skis, der auf die Schneeeverhältnisse abgestimmten Skibelagspräparierung und auch von den Schneeeverhältnissen an sich ab. Im Versuch wurden für den Rennlauf präparierte Weltcup-Rennski World Cup GS 183 der Firma Völkl eingesetzt, deren konkreter Gleitreibungskoeffizient  $\mu$  nicht bekannt ist.

Die in der Formel für die Luftwiderstandskraft vorkommende **Luftdichte**  $\rho$  setzt sich zusammen aus dem Luftdruck  $p$ , der Gaskonstante  $R$  für trockene Luft und der Temperatur  $T$ . Diese muss in Kelvin angegeben werden [1, 9].

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T}$$

Die Luftfeuchtigkeit wird vernachlässigt, da diese am Versuchstag nur 32 % betrug und sich somit auf die Luftdichte  $\rho$  im Tausendstelbereich auswirkt, welcher unter der möglichen Genauigkeit für die Bestimmung der Luftdichte  $\rho$  liegt [18]. Der Luftdruck  $p$  betrug an dem besagten Tag am Großen Arber 867 hPa und die Temperatur  $T$  7,9° C [21]. Die Höhenabweichung zwischen der tatsächlichen Versuchshöhe und der meteorologischen Messstation erscheint vernachlässigbar; die Temperaturangabe entspricht der Temperatur der über die Mittagszeit durchgeführten Versuche. Die Gaskonstante  $R$  für trockene Luft beträgt  $287 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$  [1, 9]. Daraus resultiert für die Luftdichte  $\rho$  folgender Wert:

$$\rho = \frac{86700 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot (7,9 + 273,15) \text{ K}} \approx 1,07 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

### 4.2 Berechnung der Geschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Hangneigung, der Fahrposition und der Masse des Skifahrers

Durch das Einsetzen der für die jeweilige Versuchssituation bestimmten Parameter in die Excel-Simulation erhält man die berechneten Geschwindigkeiten nach der Versuchsstreckenlänge von 48,7 m. In Abbildung 14 ist die Berechnung der Geschwindigkeit bei kompakter Position im Steilen zu sehen. Sie beträgt iterativ berechnet  $20,43 \frac{m}{s}$ .

Konstanten:

m in kg	cw-Wert	A in m <sup>2</sup>	ρ in kg/m <sup>3</sup>	α in °	μ
81,6	0,20	0,293	1,075	28,69	0,04

Startwerte:

Δt in s	g* in m/s <sup>2</sup>	v(0) in m/s	s(0) in m
0,04737153	4,36526558	0	0

t in s	a in m/s <sup>2</sup>	v in m/s	s in m
0	4,36526558	0	0
0,04737153	4,36524907	0,20678933	0,00489796
0,09474307	4,36519955	0,41357787	0,01959184
0,1421146	4,36511703	0,62036407	0,04408155
0,18948614	4,36500149	0,82714636	0,07836694
0,23685767	4,36485295	1,03392318	0,12244778
0,28422921	4,3646714	1,24069296	0,17632383
0,33160074	4,36445686	1,44745414	0,23999465
0,37897227	4,36420933	1,65420516	0,31345983
0,42634381	4,36392882	1,86094445	0,39671885
0,47371534	4,36361533	2,06767046	0,48977111
0,52108688	4,36326888	2,27438161	0,59261594
0,56845841	4,36288947	2,48107635	0,70525261
0,61582994	4,36247712	2,68775312	0,8276803
0,66320148	4,36203183	2,89441035	0,95989813
0,71057301	4,36155363	3,10104649	1,10190512
0,75794455	4,36104251	3,30765998	1,25370025
0,80531608	4,36049851	3,51424925	1,4152824
0,85268762	4,35992164	3,72081276	1,5866504
0,90005915	4,35931191	3,92734893	1,76780297
0,94743068	4,35866934	4,13385623	1,9587388
0,99480222	4,35799394	4,34033308	2,15945647
1,04217375	4,35728575	4,54677794	2,36995452
1,08954529	4,35654478	4,75318925	2,59023137
1,13691682	4,35577105	4,95956546	2,82028542
1,18428836	4,35496459	5,16590502	3,06011495
1,23165989	4,35412542	5,37220637	3,30971821
1,27903142	4,35325356	5,57846797	3,56909333
1,32640296	4,35234905	5,78468827	3,8382384
1,37377449	4,35141119	5,99086573	4,11715143
1,42114603	4,35044215	6,19699878	4,40583035
1,46851756	4,34943982	6,4030859	4,70427302
1,51588909	4,34840404	6,60912554	5,01247722
...	...	...	...
4,54766728	4,21044668	19,6277988	44,8851545
4,59503882	4,21351731	19,8275437	45,8196845
4,64241035	4,21044668	20,0271444	46,7636734
4,68978189	4,20734756	20,2265998	47,7171142
4,73715342	4,20422005	20,4259083	48,68

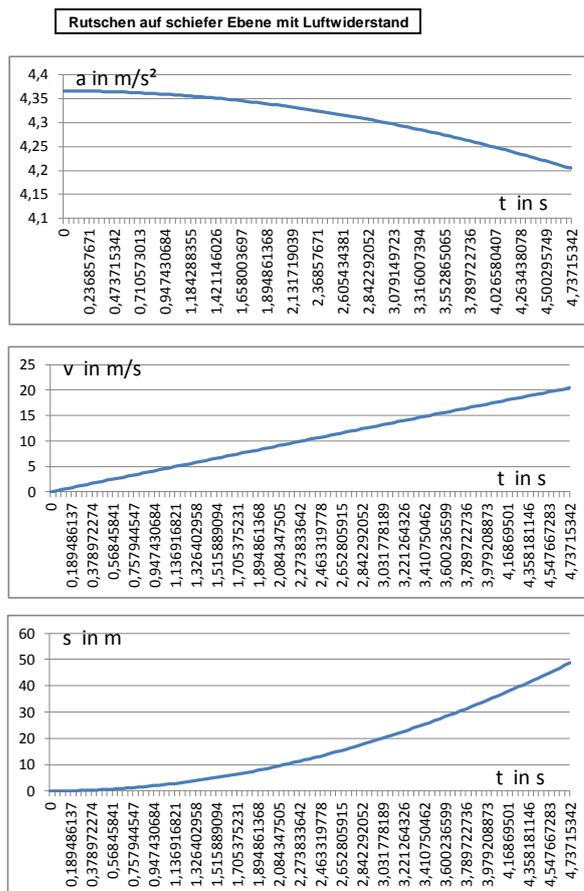


Abbildung 14: Iterative Berechnung der Geschwindigkeit bei kompakter Position im Steilen

Die ausführlichen Berechnungen aller Geschwindigkeiten sind als Anlage A.8 beigefügt.

Aus der iterativen Berechnung ergeben sich folgende Geschwindigkeiten:

- Im Flachen, aufrechte Position:  $v_{End} \approx 14,31 \frac{m}{s}$
- Im Flachen, aufrechte Position, mit Zusatzgewicht:  $v_{End} \approx 14,49 \frac{m}{s}$
- Im Flachen, kompakte Position:  $v_{End} \approx 15,05 \frac{m}{s}$
- Im Steilen, aufrechte Position:  $v_{End} \approx 19,42 \frac{m}{s}$
- Im Steilen, kompakte Position:  $v_{End} \approx 20,43 \frac{m}{s}$

Durch einen Vergleich der Geschwindigkeiten ergeben sich folgende rechnerischen Zusammenhänge (siehe ausführlich Tabelle 2, Kapitel 5.1):

- Sowohl im Steilen als auch im Flachen erreicht der Rennfahrer durch die kompakte Abfahrtshocke im Gegensatz zur aufrechten Position eine Geschwindigkeitszunahme von 5,2 % (exakter: im Steilen 5,20 %, im Flachen 5,17 % aufgrund von durch Runden entstandenen Ungenauigkeiten). Dies bedeutet, dass die Abfahrtshocke rechnerisch im Steilen genauso effektiv ist wie im Flachen.
- Der Testfahrer ist im Flachen nach 48,7 Metern mit einem Zusatzgewicht von 21,3 Kilogramm, was einer Massezunahme von 26 % entspricht, im Gegensatz zu der Fahrt ohne Zusatzgewicht um 1,3 % schneller.

### 4.3 Auswirkungen der Ungenauigkeiten der Parameter

Die Genauigkeit der Berechnungen wird durch die Tatsache beeinflusst, dass Werte und Schätzungen teilweise auf nur eine geltende Ziffer genau bekannt sind. Ermitteln lassen sich diese Auswirkungen mithilfe der exakten Berechnung in dem Funktionsplotter von Geogebra. Hierzu werden jeweils für die Grenzwerte des durch die ungenauen Bestimmungen möglichen Bereichs dieser Parameter die Geschwindigkeitsänderungen berechnet.

Tabelle 1 verdeutlicht diese Auswirkungen. Alle detaillierten Berechnungen sind als Anlage A.9 beigefügt. Für die einzelnen Parameter ergeben sich folgende maximale Abweichungen:

Versuch	Referenzgeschwindigkeit ohne Veränderung in m/s	Veränderung	Geschwindigkeit mit Veränderung in m/s	$\Delta v$
flach, aufrecht	14,30			
$\mu=0,04$		$\mu=0,035$	14,44	0,98%
		$\mu=0,04499$	14,16	-0,98%
$c_w=0,7$		$c_w=0,65$	14,36	0,42%
		$c_w=0,7499$	14,24	-0,42%
		alle beschleunigenden	14,50	1,4%
		alle abbremsenden	14,10	-1,4%
flach, aufrecht, Zusatzgewicht	14,48			
$\mu=0,04$		$\mu=0,035$	14,62	0,97%
		$\mu=0,04499$	14,34	-0,97%
$c_w=0,7$		$c_w=0,65$	14,53	0,35%
		$c_w=0,7499$	14,43	-0,35%
		alle beschleunigenden	14,67	1,3%
		alle abbremsenden	14,29	-1,3%
flach, kompakt	15,05			
$\mu=0,04$		$\mu=0,035$	15,20	1,0%
		$\mu=0,04499$	14,90	-1,0%
$c_w=0,20$		$c_w=0,195$	15,05	0,0%
		$c_w=0,20499$	15,05	0,0%
		alle beschleunigenden	15,20	1,0%
		alle abbremsenden	14,90	-1,0%
steil, aufrecht	19,41			
$\mu=0,04$		$\mu=0,035$	19,51	0,52%
		$\mu=0,04499$	19,31	-0,52%
$c_w=0,7$		$c_w=0,65$	19,49	0,41%
		$c_w=0,7499$	19,33	-0,41%
Abstand $e=0,4$ m $\Rightarrow$ $d=48,68$ m		$e=0,35$ m $\Rightarrow$ $d=48,58$ m	19,39	-0,10%
		$e=0,4499$ m $\Rightarrow$ $d=48,78$ m	19,43	0,10%
		alle beschleunigenden	19,61	1,0%
		alle abbremsenden	19,22	-0,98%
steil, kompakt	20,42			
$\mu=0,04$		$\mu=0,035$	20,52	0,49%
		$\mu=0,04499$	20,32	-0,49%
$c_w=0,20$		$c_w=0,195$	20,43	0,049%
		$c_w=0,20499$	20,42	0,0%
Abstand $e=0,4$ m $\Rightarrow$ $d=48,68$ m		$e=0,35$ m $\Rightarrow$ $d=48,58$ m	20,40	-0,098%
		$e=0,4499$ m $\Rightarrow$ $d=48,78$ m	20,44	0,098%
		alle beschleunigenden	20,55	0,64%
		alle abbremsenden	20,30	-0,59%

Anmerkung: Aufgrund von durch das Runden hervorgerufenen Ungenauigkeiten können Werte, die eigentlich identisch sein sollten, geringfügige Abweichungen aufweisen. Es wird dann immer der Wert basierend auf der höheren Geschwindigkeit oder, falls diese identisch ist, der höhere Wert verwendet.

Tabelle 1: Auswirkungen von Ungenauigkeiten angenommener Parameter

Die größte Ungenauigkeit birgt der auf nur eine geltende Ziffer genau bekannte Gleitreibungskoeffizient  $\mu$ . Diese beträgt bei den Geschwindigkeiten im Flachen  $\pm 1,0$  %, bei den Geschwindigkeiten im Steilen  $\pm 0,49$  %.

Des Weiteren kann der Luftwiderstandsbeiwert  $c_w$  für die aufrechte Position lediglich anhand des für einen Menschen allgemein bekannten  $c_w$ -Wertes geschätzt werden. Deshalb beträgt die Genauigkeit auch hier eine geltende Ziffer, was für die Geschwindigkeiten ohne Zusatzgewicht eine Ungenauigkeit von  $\pm 0,41 \%$ , für die Geschwindigkeit mit Zusatzgewicht eine Ungenauigkeit von  $\pm 0,35 \%$  bedeutet.

Da der  $c_w$ -Wert für die kompakte Position in einem Windkanal auf zwei geltende Ziffern genau bestimmt wurde, ergibt sich eine geringere Ungenauigkeit von  $\pm 0,049 \%$ .

Der nur durch eine Schätzung zu bestimmende, tatsächlich existierende Abstand  $e$  zwischen dem Läufer und der Startmarkierung im Steilen kann auf eine geltende Ziffer genau angegeben werden, was für die Berechnung eine Ungenauigkeit von  $\pm 0,098 \%$  mit sich führt.

Nicht auf die für die Berechnung verwendeten Ziffern der Luftdichte  $\rho$  und damit auch nicht auf die Geschwindigkeit nach dem Durchfahren der Versuchsstrecke wirkt sich hingegen die auf zwei geltende Ziffern genau bestimmbare Temperatur  $T$  aus.

Fasst man die für die jeweiligen Berechnungen zutreffenden Ungenauigkeiten zusammen, so erhält man für die einzelnen Szenarien folgende **Abweichungen**:

Im Flachen, aufrechte Position:

$$v_{End} \approx 14,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1,4 \% \text{ bzw. } v_{End} \approx (14,3 \pm 0,2) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Flachen, aufrechte Position, mit Zusatzgewicht:

$$v_{End} \approx 14,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1,3 \% \text{ bzw. } v_{End} \approx (14,5 \pm 0,2) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Flachen, kompakte Position:

$$v_{End} \approx 15,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1,0 \% \text{ bzw. } v_{End} \approx (15,1 \pm 0,2) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Steilen, aufrechte Position:

$$v_{End} \approx 19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1,0 \% \text{ bzw. } v_{End} \approx (19,4 \pm 0,2) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Steilen, kompakte Position:

$$v_{End} \approx 20,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 0,64 \% \text{ bzw. } v_{End} \approx (20,4 \pm 0,1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die restlichen Parameter sind alle auf mindestens drei geltende Ziffern genau erhoben worden, weshalb die Geschwindigkeiten auf drei geltende Ziffern genau angegeben werden können und die Ungenauigkeit der auf drei geltende Ziffern genau bekannten Parameter die Ergebnisse der Berechnungen nicht beeinflusst.

Folgende systematische Fehler [6] sind erkannt worden, bleiben jedoch unberücksichtigt. Sie entstehen durch die Vernachlässigung der Benetzbarkeit für Wasser und durch die Annahme, dass die Werte des Luftwiderstandsbeiwerts  $c_w$  und der Gleitreibungskraft  $F_R$  geschwindigkeitsunabhängig sind. So verändert sich der  $c_w$ -Wert minimal, wenn die Geschwindigkeit eine deutliche Änderung erfährt [11]. Die Gleitreibung  $F_R$  wird durch eine Geschwindigkeitszunahme leicht verringert [16]. Diese beiden Effekte treten aber nur sehr schwach auf, weshalb sie für die Berechnung außer Acht gelassen werden können. Der Schnee schmilzt durch die Belastung des Rennfahrers und der Ski gleitet so auf einem Wasserfilm. Aus diesem Grund hängt der Gleitreibungskoeffizient  $\mu$  mit der Benetzbarkeit für Wasser zusammen. Es kommt also nicht nur zu einer äußeren Reibung zwischen Ski und Wasser, sondern auch zu einer inneren Reibung des Wassers [15].

## 5 Interpretation der Versuchs- und Simulationsergebnisse

### 5.1 Vorstellen der Übereinstimmungen und der Abweichungen zwischen den Versuchs- und Simulationsergebnissen

Vergleicht man nun die berechneten Geschwindigkeiten mit den Geschwindigkeiten, welche bei den Versuchen erreicht wurden, so stellt man fest, dass grundsätzlich nur geringfügig Abweichungen auftreten. Dies lässt auf eine gelungene Versuchsdurchführung und auf gute Berechnungen bzw. Schätzungen der Parameter, welche für die mathematische Berechnung der Geschwindigkeit notwendig sind, schließen.

Die Abweichungen der Versuchsergebnisse von den berechneten Werten werden in Tabelle 2 aufgezeigt. Alle detaillierten Berechnungen sind als Anlage A.10 beigelegt.

Beschreibung	Versuch in m/s	Berechnung in m/s	$\Delta$ Versuch zu Berechnung
Im Flachen, aufrechte Position	14,21	14,31	-0,70%
Im Flachen, aufrechte Position, Zusatzgewicht	14,50	14,49	0,069%
Im Flachen, kompakte Position	14,84	15,05	-1,4%
Im Steilen, aufrechte Position	18,38	19,42	-5,4%
Im Steilen, kompakte Position	19,14	20,43	-6,3%

Beschreibung	Versuch	Berechnung	$\Delta$ Versuch zu Berechnung
Im Flachen, aufrechte Position, Massezunahme, $\Delta v$	2,04%	1,26%	0,78
Im Flachen, Positionsänderung, $\Delta v$	4,43%	5,17%	-0,74
Im Steilen, Positionsänderung, $\Delta v$	4,13%	5,20%	-1,1
Wirkung Positionsänderung im Flachen im Vergleich zum Steilen	7,2%	-0,57%	7,8

Tabelle 2: Abweichungen der Versuchsergebnisse von den berechneten Werten

**Zu den im Versuch ermittelten Geschwindigkeiten wird festgestellt:**

Die prozentualen Abweichungen der im Versuch ermittelten Geschwindigkeiten von den berechneten Geschwindigkeiten liegen im Flachen bei 0,70 % für die aufrechte Position, bei 0,069 % für den Versuch in aufrechter Position mit Zusatzgewicht und bei 1,4 % für die kompakte Abfahrtshocke. Damit lassen sich alle Abweichungen im Flachen mit den grundlegenden Ungenauigkeiten des Versuchs und der Berechnung erklären. Die Ungenauigkeiten für den Versuch betragen bei einer aufrechten Position  $\pm 0,63$  %, bei einer aufrechten Position mit Zusatzgewicht  $\pm 0,62$  % und bei einer kompakten Position  $\pm 0,47$  % (siehe Kapitel 3.4). Die Ungenauigkeiten für die Berechnung sind  $\pm 1,4$  %,  $\pm 1,3$  % und  $\pm 1,0$  % (siehe Kapitel 4.3).

Im Steilen hingegen lassen sich die Abweichungen der Versuchsgeschwindigkeiten von den berechneten nicht mehr nur mit dieser allgemeinen Ungenauigkeit erklären. Sie betragen 5,4 % bei einer aufrechten Position und 6,3 % bei einer Abfahrtshocke, obwohl die berechnete Geschwindigkeit nur eine Ungenauigkeit von  $\pm 1,0$  % bzw.  $\pm 0,64$  % und die Versuchsergebnisse eine Ungenauigkeit von  $\pm 1,4$  % bzw.  $\pm 0,21$  % mit sich führen. Durch diese Ungenauigkeiten kann aber zumindest der Unterschied zwischen den Abweichungen von 5,4 % bei einer aufrechten und 6,3 % bei einer kompakten Position relativiert werden. So können sich die Abweichungen sogar aufgrund der Ungenauigkeiten überschneiden. Da die im Versuch erreichten Geschwindigkeiten stets kleiner als die berechneten sind, liegt die Vermutung nahe, dass bei den Versuchsfahrten im Steilen sich auf die Geschwindigkeit negativ auswirkende Faktoren eine Rolle spielen.

Die Geschwindigkeit auf der steilen Piste ist mit bis zu  $68,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  im Vergleich zu der im Flachen mit bis zu  $53,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  deutlich höher. Bei diesen Geschwindigkeiten sind fahrtechnisch bedingte Störungen in der Skiführung nicht gänzlich auszuschließen. Bereits geringste muskuläre Anspannungen erzeugen Instabilitäten in der Skiführung, die sich bremsend auswirken können. Darüber hinaus verschlechtern sich der Luftwiderstandsbeiwert  $c_w$  und die Querschnittsfläche  $A$ , wenn die Fahrposition nicht exakt eingehalten werden kann. Mit anderen Worten: Im Flachen kann man eine saubere Skitechnik und beliebige Fahrpositionen leichter umsetzen und konstanter beibehalten. Durch diese Faktoren kann erklärt werden, wieso die Abweichung der Versuchsergebnisse von der Berechnung im Steilen 5,4 % bei einer aufrechten bzw. 6,3 % bei einer kompakten Position beträgt.

#### **Zu den Geschwindigkeitsveränderungen im Versuch wird festgestellt:**

Vergleicht man die Geschwindigkeitszunahme bedingt durch die Massezunahme, so erhält man für die Geschwindigkeitsänderung Werte von 2,0 % bei den Versuchen und 1,3 % bei den Berechnungen. Die Abweichung ist der dem Versuch zugrundeliegenden Ungenauigkeit geschuldet, da die Berechnungen dieser Werte auf den Geschwindigkeiten in aufrechter Position im Flachen mit und ohne Zusatzgewicht basieren.

Laut Versuch erreicht man im flachen Gelände durch die Abfahrtshocke um 4,4 %, laut Berechnung sogar um 5,2 % höhere Geschwindigkeiten. Diese Werte basieren auf der Geschwindigkeit im Flachen mit einer aufrechten bzw. kompakten Position, weshalb auch hier die dem Versuch zugrundeliegende Ungenauigkeit für die Abweichung verantwortlich ist.

Auch im Steilen bewirkt die Abfahrtshocke laut Rechnung eine Geschwindigkeitszunahme von 5,2 %, laut Versuch von 4,1 %. So würde den Ergebnissen des Versuchs zufolge eine Abfahrtshocke im Flachen um 7,2 % effektiver sein als im Steilen. Diese Abweichung von 7,2 % ist aber nicht aussagekräftig, da die in Kapitel 3.4 ermittelten Ungenauigkeiten so groß sind, dass sich im Grenzfall diese Abweichung nicht nur ausgleicht, sondern sogar umkehren kann. Vernachlässigt man also die durch Ungenauigkeiten entstandene Abweichung von 7,2 %, so lässt sich sagen, dass eine Abfahrtshocke im Flachen genauso wirksam ist wie im Steilen. Dies bestätigt auch die Berechnung, wobei die rundungsbedingte Abweichung von 0,57 % außer Acht gelassen werden kann (siehe Ausführungen in Kapitel 4.2).

## 5.2 Diskussion der luftwiderstandsoptimierten Fahrposition im flachen und im steilen Gelände

Der Versuch und die physikalischen Berechnungen haben gezeigt, dass eine Abfahrtshocke im Steilen theoretisch genauso effektiv ist wie im Flachen. Weshalb aber selbst Skifahrer der Spitzenklasse meist nur im flacheren Gelände in einer Abfahrtshocke fahren, ist der Tatsache geschuldet, dass die Kraftübertragung auf die Ski in einer Abfahrtshocke schwieriger ist und generell anspruchsvoll und eng gesetzte Tore, wie man sie im alpinen Skirennsport im Steilen oft zur Geschwindigkeitsreduzierung vorfindet, in einer aufrechten Position leichter zu bewältigen sind als in einer kompakten.

So verzichten Rennfahrer im Steilen auf den Effekt der Abfahrtshocke zugunsten einer größeren Kontrolle über die Ski. Skirennfahrer wollen insbesondere in den Gleitpassagen von Speedrennen mit einer aerodynamisch optimierten Haltung wertvolle Hundertstelsekunden gutmachen.

Wie in Abbildung 15 erkennbar steht für den Deutschen Skiverband die perfekte Abfahrtshocke deshalb mit im Mittelpunkt seiner Forschung [8].

Abbildung 15: Die perfekte Abfahrtshocke als Forschungsgebiet

### **5.3 Diskussion der Auswirkung des Gewichts des Skifahrers auf dessen Geschwindigkeit**

Eine Gewichtszunahme von 21,3 Kilogramm bzw. von 26 % bewirkt eine Geschwindigkeitszunahme nach 48,7 Metern von ca. 2,0 %. Der Rennläufer war also nach dieser kurzen Strecke bereits um 1,0 Kilometer pro Stunde schneller. Da in Rennen teilweise Hundertstelsekunden über den Sieg entscheiden, lässt sich feststellen, dass schwerere Rennfahrer grundsätzlich im Vorteil gegenüber leichteren sind. Dabei ist selbstverständlich zu beachten, dass der Skisport eine sehr komplexe Sportart ist, bei welcher ein derartiger Vorteil leicht durch ein höheres technisches Niveau ausgeglichen werden kann.

## **6 Zusammenfassung**

Die Ergebnisse dieser Seminararbeit mit der Versuchsdurchführung auf der Weltcupstrecke am Großen Arber sowie deren rechnerische Überprüfung zeigen, dass eine luftwiderstandsoptimierte Fahrweise einen erheblichen Einfluss auf die Geschwindigkeit im alpinen Skisport hat. Auch ein höheres Gewicht der Skifahrer, das letztlich durch die immer kraftintensivere Fahrweise bedingt wird, ist nicht von Nachteil und wirkt sich für sich genommen positiv auf die Geschwindigkeit aus. Der Trend zu einer immer kraftvolleren, dynamischeren Skitechnik wird sich deshalb fortsetzen. Das Ziel ist es, technisch schwierige Rennabschnitte immer aerodynamischer und damit schneller zu bewältigen.

## Anhang

### A.1 Versuchsaufbau auf der Weltcupstrecke am Großen Arber

Folgende Abbildungen sollen einen besseren Eindruck der Versuchsdurchführung vermitteln:



Das Maßband – in der dritten Abbildung erkennbar – hat eine Länge von 25 Metern.

Das Zusatzgewicht – in der vierten Abbildung erkennbar – setzt sich aus 20 kg Gewichtsscheiben und 1,3 kg Leergewicht der Rucksäcke zusammen. Das Gesamtgewicht des Rennfahrers inklusive Ausrüstung erhöht sich hierdurch auf 102,9 kg.

Der Weltcup-Rennski World Cup GS 183 der Firma Völkl ist mit der sonstigen Ausrüstung auf der letzten Abbildung zu sehen.

## A.2 Berechnung der Hangneigung der Skipiste

Hangneigung im Flachen und im Steilen:

Eichung des barometrischen Höhenmessers auf dem Gipfel = 1456 m

	Im Flachen	Im Steilen
Höhe a in m	1151	1343
Höhe b in m	1137	1319
Höhendifferenz in m	14	24
Start- bis Zielpunkt in m	50	50
$\sin \alpha$	0,28	0,48
$\alpha$ in °	16,26	28,69

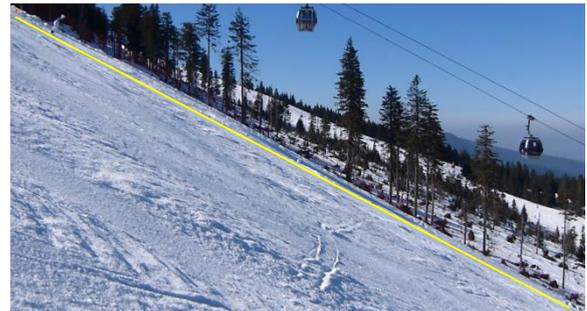
Die Datei ist zum Nachvollziehen der Berechnungen auf der CD beigefügt.

Folgende Standbilder aus den Filmaufnahmen veranschaulichen die Hangneigungen:

Hangneigung im Flachen:



Hangneigung im Steilen:



## A.3 Bestimmung der Querschnittsflächen mithilfe der Bildanalysesoftware Fiji

Bestimmung der Querschnittsfläche der aufrechten Position:



Die als Maßstab dienende Vorderkante des Podests hat eine Länge von 1,22 m.

#### A.4 Videoaufnahmen der Versuchsdurchführungen

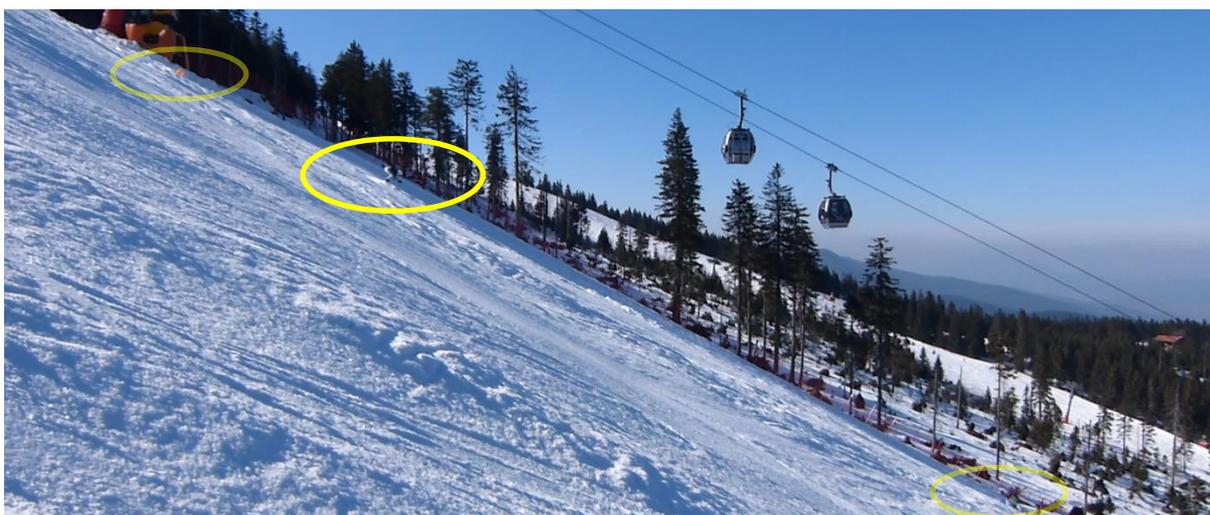
Aufrechte Position im Flachen:



Aufrechte Position im Flachen mit Zusatzgewicht:



Kompakte Position im Steilen:



Sowohl im Flachen als auch im Steilen wurden Versuche in aufrechter und kompakter Fahrposition durchgeführt. Sämtliche Filmaufnahmen der Versuche sind auf der CD beigefügt.

## A.5 Bestimmung der analysierten Streckenlänge

Ausgangslage: 25,0 m wurden exakt vermessen und dienen als Maßstab.

Analysierte Streckenlänge im flachen Gelände:

Streckenabschnitt	Beschreibung	Länge in m	gemessene Länge in cm
a	Länge berechnet auf Basis von b	24,62	13,05
b	Maßstab	25,00	13,25
c	Perspektivenfehler zwischen Läufer und Start- bzw. Zielpunkt	0,94	0,50
d	In der Videoanalyse ausgewertete Fahrstrecke	48,68	

Analysierte Streckenlänge im steilen Gelände:

Streckenabschnitt	Beschreibung	Länge in m	gemessene Länge in cm
a	Maßstab	25,00	14,15
b	Länge berechnet auf Basis von a	24,24	13,72
c + e	Perspektivenfehler zwischen Läufer und Start- bzw. Zielpunkt und Abstand zwischen Läufer und Startpunkt	1,36	0,77
e	Abstand zwischen Läufer und Startpunkt	0,4	
c	Perspektivenfehler zwischen Läufer und Start- bzw. Zielpunkt	0,96	
d	In der Videoanalyse ausgewertete Fahrstrecke	48,68	

Die Datei ist zum Nachvollziehen der Berechnungen auf der CD beigefügt.

Perspektivenfehler  $c$  im Flachen:



Perspektivenfehler  $c$  und Abstand  $e$  im Steilen:



In folgender Abbildung erkennt man den Abstand  $e$  zwischen dem Körperschwerpunkt und dem Startballon von ca. einer Skischuhlänge, also von ca. 0,4 m:



## A.6 Daten der Versuchsanalyse und Mittelwertbildung für die einzelnen Versuchsabschnitte

Versuch	Beschreibung	Funktion $s(t)$	Funktion $s'(t) = v(t)$	$v_{End}$ in m/s	$\bar{v}_{End}$ in m/s
1.	flach, aufrecht	$1,03x^2 - 3,82x + 3,64$	$2,06x - 3,82$	14,12	
2.	flach, aufrecht	$1,06x^2 - 9,25x + 20,33$	$2,12x - 9,25$	14,22	
3.	flach, aufrecht	$1,05x^2 - 10,31x + 25,57$	$2,10x - 10,31$	14,29	
	flach, aufrecht				14,21
1.	flach, aufrecht, Zusatzgewicht	$1,07x^2 - 10,58x + 26,21$	$2,14x - 10,58$	14,50	
2.	flach, aufrecht, Zusatzgewicht	$1,09x^2 - 12,60x + 36,44$	$2,18x - 12,60$	14,59	
3.	flach, aufrecht, Zusatzgewicht	$1,07x^2 - 9,30x + 20,07$	$2,14x - 9,30$	14,41	
	flach, aufrecht, Zusatzgewicht				14,50
1.	flach, kompakt	$1,14x^2 - 9,74x + 20,97$	$2,28x - 9,74$	14,77	
2.	flach, kompakt	$1,15x^2 - 10,64x + 24,69$	$2,30x - 10,64$	14,84	
3.	flach, kompakt	$1,15x^2 - 14,05x + 43,18$	$2,30x - 14,05$	14,91	
	flach, kompakt				14,84
1.	steil, aufrecht	$1,72x^2 - 15,21x + 33,04$	$3,44x - 15,21$	18,35	
2.	steil, aufrecht	$1,69x^2 - 11,82x + 20,06$	$3,38x - 11,82$	18,16	
3.	steil, aufrecht	$1,75x^2 - 16,47x + 38,44$	$3,50x - 16,47$	18,64	
	steil, aufrecht				18,38
1.	steil, kompakt	$1,86x^2 - 29,38x + 115,87$	$3,72x - 29,38$	19,10	
2.	steil, kompakt	$1,86x^2 - 24,09x + 77,85$	$3,72x - 24,09$	19,18	
3.	steil, kompakt	$1,81x^2 - 37,23x + 190,77$	$3,62x - 37,23$	18,92	
	steil, kompakt				19,14

Die Auswertung in Viana.NET 4.2 und die Exceldatei sind zum Nachvollziehen der Berechnungen auf der CD beigefügt.

Der dritte Versuch im Steilen bei kompakter Position wird aufgrund schlechter Haltung von der Mittelwertbildung ausgeschlossen. Vergleicht man auf den vergrößerten Standbildern der Videoaufnahmen die Abfahrtshocke im 2. Versuch mit der im 3. Versuch, so erkennt man an dem Beugungswinkel der Knie, an der Position des Gesäßes und der Arme sowie an dem Abstand zwischen Knie und Kopf, dass die Abfahrtshocke im 2. Versuch deutlich kompakter ist:

2. Versuch:



3. Versuch:



#### A.7 Abweichungen der Einzelgeschwindigkeiten von den Mittelwerten

Versuch	$\bar{v}_{End}$ in m/s	$v_{End}$ in m/s	Abweichung ±	Abweichung ± in m/s
flach, aufrecht	14,21			
		14,12	-0,63%	-0,09
		14,22	0,070%	
		14,29	0,56%	
flach, aufrecht, Zusatzgewicht	14,50			
		14,50	0,0%	
		14,59	0,62%	0,09
		14,41	-0,62%	
flach, kompakt	14,84			
		14,77	-0,47%	
		14,84	0,0%	
		14,91	0,47%	0,07
steil, aufrecht	18,38			
		18,35	-0,16%	
		18,16	-1,2%	
		18,64	1,4%	0,26
steil, kompakt	19,14			
		19,10	-0,21%	
		19,18	0,21%	0,04
		18,92	-1,1%	

Die jeweils größte Abweichung der Einzelgeschwindigkeiten  $v_{End}$  ist farblich gekennzeichnet und wird als Ungenauigkeit für die gemittelte Geschwindigkeit  $\bar{v}_{End}$  übernommen.

Die dritte Einzelgeschwindigkeit  $v_{End}$  im Steilen bei kompakter Position und deren Abweichung werden dabei außer Acht gelassen, da diese Geschwindigkeit aufgrund schlechter Haltung auch von der Mittelwertbildung ausgeschlossen war.

Die Datei ist zum Nachvollziehen der Berechnungen auf der CD beigefügt.

### A.8 Iterative Berechnungen der Geschwindigkeiten

Die ausführlichen Berechnungen für alle Szenarien sind auf der CD beigefügt.

### A.9 Auswirkungen von Ungenauigkeiten angenommener Parameter

Die Ungenauigkeit der Temperatur  $T$  wirkt sich nicht auf den Bereich der für die Berechnungen verwendeten Ziffern der Luftdichte  $\rho$  aus:

$$T = 7,9^\circ \text{ C} \rightarrow \rho = \frac{86700 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot (7,9+273,15) \text{ K}} \approx 1,075 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$T = 7,85^\circ \text{ C} \rightarrow \rho = \frac{86700 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot (7,85+273,15) \text{ K}} \approx 1,075 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$T = 7,9499^\circ \text{ C} \rightarrow \rho = \frac{86700 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot (7,9499+273,15) \text{ K}} \approx 1,075 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ungenauigkeiten der Geschwindigkeiten:

Versuch	iterativ berechnete Geschwindigkeit in m/s	Ungenauigkeit $\pm$	Ungenauigkeit $\pm$ in m/s
flach, aufrecht	14,31	1,4%	0,20
flach, aufrecht, Zusatzgewicht	14,49	1,3%	0,19
flach, kompakt	15,05	1,0%	0,15
steil, aufrecht	19,42	1,0%	0,20
steil, kompakt	20,43	0,64%	0,13

Die Datei dieser Tabelle und der Tabelle 1 ist zum Nachvollziehen der Berechnungen auf der CD beigefügt. Zur Simulation der Abweichungen sind für die einzelnen Versuchsszenarien die GeoGebra-Dateien auf der CD gesichert.

### A.10 Abweichungen der Versuchsergebnisse von den berechneten Werten

Die Datei der Tabelle 2 ist zum Nachvollziehen der Berechnungen auf der CD beigefügt.

## Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abbildung 1: Kräfte bei einer Geradeausfahrt .....	5
Abbildung 2: Schema des Versuchsaufbaus.....	7
Abbildung 3: Schema zur Ermittlung der Hangneigung .....	7
Abbildung 4: Bestimmung der Querschnittsfläche mithilfe der Bildanalysesoftware Fiji .....	8
Abbildung 5: Querschnittsflächen der aufrechten und kompakten Position .....	9
Abbildung 6: Geschätzte $c_w$ -Werte der aufrechten und kompakten Position .....	9
Abbildung 7: Einmessung des Videos.....	11
Abbildung 8: Manuelle Analyse des Rennfahrers .....	11
Abbildung 9: Ausgleichskurve $s(t)$ in dem Zeit-Weg-Diagramm.....	11
Abbildung 10: Funktion $v(t)$ in dem Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm.....	12
Abbildung 11: Vogelperspektive zur Bestimmung der analysierten Streckenlänge.....	12
Abbildung 12: Kameraperspektive zur Bestimmung der analysierten Streckenlänge.....	12
Abbildung 13: Exakte Berechnung der Geschwindigkeit bei kompakter Position im Steilen mithilfe von GeoGebra.....	18
Abbildung 14: Iterative Berechnung der Geschwindigkeit bei kompakter Position im Steilen .....	20
Abbildung 15: Die perfekte Abfahrtshocke als Forschungsgebiet .....	27
Tabelle 1: Auswirkungen von Ungenauigkeiten angenommener Parameter .....	22
Tabelle 2: Abweichungen der Versuchsergebnisse von den berechneten Werten.....	25

## Literaturverzeichnis

- [1] Vgl. **Beyer, B.**, Luftdichte, in: <http://www.top-wetter.de/lexikon/l/luftdichte.htm> (21.10.2014).
- [2] Vgl. **Birner, Dr. G.**, Besprechung der exakten Berechnung, Straubing, 06.10.2014.
- [3] Vgl. **BMW Group**, Gegen den Wind – ÖSV LäuferInnen testen im BMW Group Windkanal, in: [https://www.press.bmwgroup.com/austria/pressDetail.html;jsessionid=jQjnJr wJVKnP5y4TkSKh5PHV2r3g1jBKlfQYnddL4QKQ5FpGXSfZl860834698?title=gegen-den-wind-%C3%96sv-l%C3%A4uferinnen-testen-im-bmw-group-windkanal&outputChannelId=18&id=T0027925DE&left\\_menu\\_item=node\\_\\_4535](https://www.press.bmwgroup.com/austria/pressDetail.html;jsessionid=jQjnJr wJVKnP5y4TkSKh5PHV2r3g1jBKlfQYnddL4QKQ5FpGXSfZl860834698?title=gegen-den-wind-%C3%96sv-l%C3%A4uferinnen-testen-im-bmw-group-windkanal&outputChannelId=18&id=T0027925DE&left_menu_item=node__4535) (01.10.2014).
- [4] **Braun, T., weitere**, Offizieller DSV-Lehrplan Ski Alpin, Planegg, Deutscher Skiverband e. V., 2012, S. 229.
- [5] Vgl. **Bungert, B., Schiewe, B.**, Strömungsprofilmessung mit dem Laser Doppler Anemometer, Beuth Hochschule für Technik Berlin, 2010, in: [http://prof.beuth-hochschule.de/uploads/media/Stroemungsprofilmessung\\_R02-1\\_01.pdf](http://prof.beuth-hochschule.de/uploads/media/Stroemungsprofilmessung_R02-1_01.pdf) (02.11.2014), S. 2.
- [6] Vgl. **Demtröder, W.**, Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, <sup>3</sup>2003, S. 29.
- [7] Vgl. **Deutscher Skiverband**, Biomechanik / Geradeausfahrt, in: [http://www.dsv-datenzentrale.de/rahmentrainingsplan/44-Geradeausfahrt\\_in\\_der\\_Falllinie\\_Schussfahrt-,e\\_395, r\\_32.htm](http://www.dsv-datenzentrale.de/rahmentrainingsplan/44-Geradeausfahrt_in_der_Falllinie_Schussfahrt-,e_395, r_32.htm) (19.09.2014).
- [8] Vgl. **Deutscher Skiverband**, Die perfekte Abfahrtshocke, in: [http://www.deutscherskiverband.de/detail\\_news\\_de,350,1138271,detail.html](http://www.deutscherskiverband.de/detail_news_de,350,1138271,detail.html) (30.10.2014).
- [9] Vgl. **Dienstleistungszentren Ländlicher Raum Rheinland-Pfalz**, Luftdichte, in: <http://www.am.rlp.de/Internet/global/themen.nsf/fbd6a07485a70ac7c1256f5c003750ed/7e60ff9f3b16238ac1256f5500305694?OpenDocument> (21.10.2014).
- [10] Vgl. **Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.**, Physik: Bachelor-Edition, Weinheim, WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA., 2007, S. 106-107.
- [11] Vgl. ebenda, S. 107.

- [12] Vgl. **Hohenwarter, M.**, GeoGebra: Dynamische Mathematik für Lernen und Unterricht, in: <http://www.geogebra.org/download> (21.10.2014).
- [13] Vgl. **ISB**, Unterrichtskonzept „Das Verfahren der kleinen Schritte“, in: [http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/data/media/\\_shared/Linkebene\\_Ph\\_10/Unterrichtskonzept%20Kleine%20Schritte.pdf?PHPSESSID=fbe77be5cc79e28b3e59977184a80272](http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/data/media/_shared/Linkebene_Ph_10/Unterrichtskonzept%20Kleine%20Schritte.pdf?PHPSESSID=fbe77be5cc79e28b3e59977184a80272) (21.10.2014), S. 1-5.
- [14] Vgl. **Lüders, K., von Oppen, G.**, Lehrbuch der Experimentalphysik Band 1: Mechanik, Akustik, Wärme, Berlin, New York, Walter de Gruyter, <sup>12</sup>2008, S. 288-292.
- [15] Vgl. ebenda, S. 297.
- [16] Vgl. ebenda, S. 290.
- [17] Vgl. **Schindelin, J.**, Bildanalysesoftware Fiji, in: <http://imagej.net/Fiji> (25.09.2014).
- [18] Vgl. **Suisse Eole**, Luftdichte-Rechner, in: <http://wind-data.ch/tools/luftdichte.php?method=2&pr=867&t=7.9&rh=32&abfrage2=Aktualisieren> (21.10.2014).
- [19] Vgl. **Universität Regensburg**, Numerische Behandlung von Bewegungsvorgängen mit der Methode der kleinen Schritte, in: [http://www.uni-regensburg.de/physik/didaktik-physik/medien/VeranstMat/ESemII Gy/kleineschritte\\_-\\_info\\_u\\_aufgabe.pdf](http://www.uni-regensburg.de/physik/didaktik-physik/medien/VeranstMat/ESemII Gy/kleineschritte_-_info_u_aufgabe.pdf) (21.10.2014), S. 1-2.
- [20] Vgl. **Voßkühler, Dr. A.**, Viana.NET 4.2, in: <http://viana.codeplex.com/releases/view/110211> (19.09.2014).
- [21] Vgl. **WetterOnline GmbH**, Wetter im Rückblick, in: [http://www.wetteronline.de/wetterdaten/grosser-arber?pcid=pc\\_rueckblick\\_data&gid=10791&pid=p\\_rueckblick\\_diagram&sid=StationHistory&iid=10791&month=03&year=2014&period=4&paraid=TXLD](http://www.wetteronline.de/wetterdaten/grosser-arber?pcid=pc_rueckblick_data&gid=10791&pid=p_rueckblick_diagram&sid=StationHistory&iid=10791&month=03&year=2014&period=4&paraid=TXLD) (21.10.2014).

## Eidesstattliche Versicherung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Seminararbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlichen und sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe.

Straubing, den 04.11.2014

.....

Unterschrift des Schülers/der Schülerin