Ohm-Gymnasium Erlangen

Abiturjahrgang *2015*

Seminararbeit

Rahmenthema des Wissenschaftspropädeutischen Seminars:

Astroteilchenphysik

Leitfach:

Physik

Thema der Arbeit:

Magnetohydrodynamik in der Astroteilchenphysik

Verfasserin:
Lucia Härer

Kursleiterin:
Kerstin Fehn

Abgabetermin: *4. November 2014*

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Die Magnetohydrodynamik (MHD) ist ein sehr komplexes Teilgebiet der Physik. In der folgenden Arbeit möchte ich mich daher darauf konzentrieren, einen Einblick in die grundlegenden Mechanismen und Prozesse zu geben. Im Hinblick auf die Bedeutung für die Astroteilchenphysik werde ich mich dabei vorwiegend am Beispiel der Aktiven Galaktischen Kerne (AGN) orientieren und auch eine aktuelle Forschungsarbeit aus diesem Bereich kurz vorstellen. Zunächst soll jedoch beispielhaft, anhand von schwarzen Löchern, noch einmal die Bedeutung der Magnetohydrodynamik verdeutlicht werden.

1.1 Bedeutung der MHD für die Astronomie

Hauptreihensterne, also Sterne die gerade Wasserstoff zu Helium fusionieren, befinden sich im sogenannten „hydrostatischen Gleichgewicht“. Dabei heben sich Eigengravitation und Gasdruck des Sterns gegenseitig auf. Hat ein Stern seinen gesamten Brennstoff verbraucht, wird der Gasdruck aus dem Inneren geringer; der Stern beginnt zu kollabieren. Aus sehr massereichen Sternen entsteht auf diese Weise nach einer Supernovaexplosion ein schwarzes Loch. Dabei wird die gesamte Masse der „Sternenleiche“ auf einen Punkt zusammengepresst, der selbst keine Ausdehnung mehr besitzt. Man spricht auch von einer Singularität. Die Grenze, hinter der nicht einmal mehr Licht dem Schwerefeld des schwarzen Loches entkommen kann, wird dabei durch den sogenannten Schwarzschildradius festgelegt. Somit sind Schwarze Löcher zumindest im Kern sehr einfache physikalische Objekte, die sich lediglich durch wenige Grundeigenschaften, wie Masse und Drehmoment, vollständig beschreiben lassen (vgl. [?], S. 75 - 83).

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

Prozesse, die in der unmittelbaren Umgebung der Singularität ablaufen sind, wie aus [?] (S. 33) deutlich wird, dagegen äußerst komplex. Dabei bilden sich, unter anderem aufgrund der Drehimpulserhaltung, sogenannte Akkretionsscheiben (siehe Abb. 7) aus. Die Materie befindet sich dabei im Plasmazustand, d.h. sie besteht nicht aus neutralen Atomen sondern aus freien Ionen und Elektronen. Unter bestimmten Voraussetzungen entstehen an schwarzen Löchern sogenannte Jets (siehe Abb. 7), in denen Teilchen durch elektrische Felder auf ein Vielfaches der, mithilfe von Teilchenbeschleunigern auf der Erde erreichbaren Energie, beschleunigt werden. Ist die Region um das schwarze Loch sehr aktiv, weist also eine hohe Leuchtkraft auf, wird das System als „Aktiver Galaktischer Kern“ kurz AGN, bezeichnet.

Um die komplexen Vorgänge am AGN zu verstehen, benötigt man die Magnetohydrodynamik. Mit ihr kann laut [?] (S. 70ff, S.99ff) über einen statistischen Ansatz das Verhalten von Plasmen und elektrisch leitenden Flüssigkeiten, und damit die Entstehung von magnetischen und elektrischen Feldern in diesen Medien, beschrieben werden. Bedenkt man, dass sich nach [?] (S. 1) 99% aller leuchtenden Materie im Universum im Plasmazustand befindet, wird deutlich welch immens große Rolle die MHD in der Astrophysik spielt. Sie liefert eine Beschreibung fast aller im Kosmos vorkommender elektromagnetischer Felder; angefangen bei Magnetfeldern von Planeten und Sternen bis hin zu den komplexen Vorgängen an AGN (vgl. [?], S. 1 - 3).

2 Mechanismen der MHD

Die Beschreibungen der Magnetohydrodynamik basieren laut [?] (S. 99) auf den Navier-Stokes-Gleichungen der Flüssigkeitsmechanik (Hydrodynamik) und der Maxwellschen Theorie der elektromagnetischen Felder. Auf letztere und weitere Grundlagen, insbesondere auf das Ohmsche Gesetz sowie auf die dritte und vierte Maxwell-Gleichung, soll im Anhang (Abschnitt **??**) genauer eingegangen werden.

2.1 Allgemeine Annahmen und Näherungen

Um Plasmen mithilfe der MHD beschreiben zu können, muss eine Reihe von grundlegenden Näherungen gemacht werden. Dabei erfolgt stets eine globale Beschreibung des Plasmas, d.h. es wird „als Ganzes" betrachtet. Die wohl wichtigste Konsequenz daraus ist nach [?] (S. 99ff), dass das Plasma im Folgenden als kontinuierliches Medium aufgefasst wird und mit einem statistischen Ansatz, ähnlich einer Flüssigkeit, beschrieben werden kann. Durch diesen Ansatz sind viele Vereinfachungen möglich, wie beispielsweise das sogenannte Quasigleichgewicht. Dabei wird angenommen, dass grundlegende Veränderungen in den Strukturen des Plasmas langsamer vonstatten gehen, als sich nach statistischen Prozessen wieder ein Gleichgewicht einstellen kann. Daneben sind Plasmen bei einer globalen Betrachtung insgesamt elektrisch neutral. Diese Eigenschaft ist selbst erhaltend, d.h. lokale Schwankungen in dieser sogenannten Quasineutralität werden durch die dabei erzeugten elektromagnetischen Felder wieder ausgeglichen. Darüber hinaus wird die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes angenommen, welches im Anhang (5.2) näher erläutert wird. Zur weiteren Vereinfachung werden oft zusätzlich noch Näherungen hinzugefügt, wie eine unendliche elektrische Leitfähigkeit im Falle der idealen MHD oder die Inkompressibilität des Plasmas (vgl. [?], S. 99ff). Darauf soll bei der Beschreibung der idealen MHD noch einmal eingegangen werden.

2.2 Die ideale MHD

Nimmt man neben den, im vorigen Abschnitt (**??**) genannten, allgemeinen Näherungen noch eine unendliche Leitfähigkeit σ des Plasmas an ($\sigma \to \infty$), so nennt man die resultierende Theorie nach [?] (S. 10ff) „ideale MHD" . Sie eignet sich für die großräumige Beschreibung magnetisierter Plasmen. Erst bei lokalen Betrachtungen treten Effekte auf die, wie im Punkt **??** angesprochen wird, nur bei endlicher elektrischer Leitfähigkeit beschrieben werden können.

Mit $\sigma \to \infty$ lautet das Ohmsche Gesetz (siehe Anhang Abschnitt **??**, Gl. **??**):

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} \tag{1}$$

Somit ergibt sich ein elektrisches Feld $\vec{E}$ aus einem magnetischen Feld $\vec{B}$, durch das sich Ladungsträger mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegen. Gemeinsam mit der 3. Maxwell-Gleichung (Gl. **??**) erhält man daraus die Induktionsgleichung (vgl. [?], S. 11):

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \tag{2}$$

Demnach ruft ausschließlich die Induktion eine zeitliche Änderung des Magnetfeldes hervor. Die Bewegungen des Plasmas ($\vec{v}$) sind damit direkt mit denen des Magnetfeldes gekoppelt. Strukturen im Plasma und im Magnetfeld können sich nach [?] (S. 11) also nicht unabhängig von einander verändern;

d.h. es können auch keine Topologieänderungen im Magnetfeld selbst stattfinden. Man spricht in diesem Fall von einem „eingefrorenen magnetischen Feld“. Damit bleibt bei einer globalen Betrachtung stets auch der magnetische Fluss erhalten.

Um den Energietransport in einem idealen Plasma zu verstehen, wird zunächst die 4. Maxwell-Gleichung (Gl. **??**) betrachtet. Hierbei kann der zweite Term (der sogenannte Verschiebungsstrom $\frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}}$, siehe Anhang Abschnitt **??**) vernachlässigt werden, da durch die Annahme einer unendlichen Leitfähigkeit elektrische Felder stets sehr viel schwächer als Magnetfelder sind (vgl. [**?**], S. 11). Wendet man nun auf beiden Seiten der resultierenden Form der 4. Maxwell-Gleichung ($\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j}$) die Divergenz an, ergibt sich:

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \tag{3}$$

Stromkreise sind damit quellen- bzw. senkenfrei, also stets geschlossen. Im Folgenden werden Plasmaströme parallel und quer zu den Magnetfeldlinien getrennt von einander betrachtet (vgl. [**?**], S. 11):

$$\nabla \cdot \vec{j}_{\parallel} = -\nabla \cdot \vec{j}_{\perp} \tag{4}$$

Ströme, die parallel zu dem $\vec{B}$-Linien verlaufen sind damit Quellen für Ströme die sich senkrecht zum Magnetfeld bewegen und andersherum.

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

Bewegt sich das Plasma durch äußere Einflüsse, beispielsweise gravitativer Art, quer zu dem Magnetfeldlinien werden, wie in Abb. 2 zu sehen, positive und negative Ladungsträger durch die Lorentzkraft in unterschiedliche

Richtungen abgelenkt und erzeugen damit nach [?] (S. 9f) eine Potentialdifferenz. Ein Teil der Bewegungsenergie des Plasmas wird so in elektrische Energie umgewandelt. Diesen Effekt eines sogenannten „MHD-Generators“ macht man sich unter anderem bei dem Versuch mithilfe von Kernfusionsprozessen Energie in rentablem Umfang zu erzeugen, zu nutze. In astrophysikalischen Systemen wird diese Energie, durch zu den Feldlinien parallele Plasmaströme (nach Gl. **??**), in die Außenregionen des Plasmas transportiert, sofern dort ein geringerer Druck herrscht. Aufgrund dieser Parallelität wirkt laut [?] (S. 11) hier keine Lorentzkraft mehr auf das Plasma; die Ströme werden dann als „force-free“ bezeichnet. Ein solcher Energietransport ist damit sehr effizient, was beispielsweise für Protuberanzen auf der Sonnenoberfläche oder die Entstehung von Jets an AGN eine wichtige Rolle spielt. Auf letzteres soll in den Abschnitten **??** und **??** noch einmal eingegangen werden. Feldlinienparallele Ströme lassen sich nach [?] (S. 19) mit der 4. Maxwell-Gleichung (Gl. 4) beschreiben durch:

$$\vec{j} \times \vec{B} = \nabla \times \vec{B} \times \vec{B} = 0 \tag{5}$$

Vernachlässigt man Triviallösungen ($\vec{B} = 0$, $\nabla \times \vec{B} = 0$ und $\vec{j} = 0$) wird diese Bedingung ausschließlich durch

$$\nabla \times \vec{B} = \phi \vec{B} \tag{6}$$

erfüllt, wobei ϕ ein von der Raumposition abhängender Skalar ist. Magnetfelder dieser Art weisen oft verdrehte oder gescherte Feldstrukturen auf, die energetisch sehr günstig sind. Feldlinienparallele, force-free Stöme sind also eine stabile und damit eine durchaus natürliche Konfiguration in astrophysikalischen Plasmen (vgl. [?], S. 19).

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

Daneben bilden sich typischerweise in den Außenregionen des Plasmas ebenfalls energetisch günstige, filamentarige Strukturen aus. Die dort geringere Plasmadichte, sowie ein durch sogenannte Alvfenwellen aus dem Innenbereich des Plasmas, der MHD-Generatorregion, verstärktes Magnetfeld, tragen dazu bei (vgl. [**?**], S. 12). Bei Alvfenwellen handelt es sich um Schwingungen im elektromagnetischen Feld, die z.B. Feldkonfigurationen wie eine gescherte Struktur propagieren können. Ist die Energie und damit die Geschwindigkeit der Teilchen in einem Plasma, wie beispielsweise in Jets Aktiver Galaktischer Kerne, hoch, können nach [**?**] (S. 19) die Filamente durch die sogenannte Autofokussierung (siehe Abb. 4) sehr dünn werden. Bewegte Ladungen, d.h. Plasmaströme induzieren in der Ebene senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung Magnetfelder die kreisförmig um sie herum verlaufen. Räumlich nebeneineinander angeordnete, gleichgerichtete Ströme werden durch ihre magnetische Abstoßung voneinander isoliert, was zu einer Fokussierung der einzelnen Plasmaströme führt. Damit läuft beispielsweise die Teilchenbeschleunigung in Jets Aktiver Galaktischer Kerne völlig kollisionsfrei ab, wodurch sich aus der detektierten Strahlung dieser Objekte, wie in Abschnitt **??** beschrieben, direkte Rückschlüsse auf die Teilchenenergien ziehen lassen.

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

Doch wie können in astrophysikalischen Plasmen überhaupt Teilchen auf relativistische Energien beschleunigt werden? Die ideale MHD liefert hierfür keine Beschreibung. Erst in der realen MHD werden durch Annahme einer endlichen elektrischen Leitfähigkeit Vorgänge, wie die sogenannte magnetische Rekonnexion, berücksichtigt (vgl. [**?**], S. 12f).

2.3 Ergänzungen zur idealen MHD

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

Astrophysikalische Plasmen haben aufgrund ihrer hohen Ionisationsgrade eine sehr hohe elektrische Leitfähigkeit. Oberhalb einer Temperatur von 1000K bildet sich dadurch, wie durch die ideale MHD (Abschnitt **??**) beschrieben, ein eingefrorenes magnetisches Feld aus (vgl. [**?**], S.12f). Plasma und Magentfeld sind dann gekoppelt, sie können sich, wie in Abschnitt **??** beschrieben, nicht unabhängig voneinander bewegen bzw. verändern. Damit ist die ideale MHD für eine globale Betrachtung heißer Plasmen meist völlig ausreichend. Sie vernachlässigt dennoch eine mögliche lokale Herabsetzung der elektrischen Leitfähigkeit durch Inhomogenitäten, die verstärkt in den Außenbereichen eines Plasmas auftreten. Erst die reale MHD ist durch die Annahme einer endlichen elektrischen Leitfähigkeit in der Lage, die durch Unregelmässigkeiten hervorgerufene Energiedissipation, die unter anderem Plasmabeschleunigung zur Folge haben kann, zu beschreiben (vgl. [**?**], S.12f). Als Energiedissipation wird nach [**?**] eine Energieumwandlung bezeichnet, bei der eine Energieform in mehrere andere, häufig unter anderem in Wärme oder Reibung „zerstreut“ wird. Die Energie liegt nach dem Vorgang sozusagen „ungeordneter“ vor als zuvor. Man spricht von einer Erhöhung der Entropie des Systems.

Energiedissipation geschieht in astrophysikalischen Plasmen über die sogenannte magnetische Rekonnexion (vgl. [**?**]). In einem realen Plasma, d.h. einem Plasma mit endlicher Leitfähigkeit, sind Plasmaströme und Magnetfelder nicht mehr direkt gekoppelt. Treten durch äußere Einflüsse, wie z.B. Gravitation, Inhomogenitäten auf, wird die elektrische Leitfähigkeit lokal herabgesetzt und es können sich, wie in Abb. 5, alte Feldlinienverbindungen auftrennen und Neue ausbilden. Im elektromagnetischen Feld findet also eine Topologieänderung statt. Das führt zur Dissipation von Energie aus dem Feld, die in Form von Beschleunigung und Wärme in das Plasma übergeht. So können sich beispielsweise antiparallele Felder durch einen hohen Plasmadruck annähern. Zwischen ihnen bildet sich eine Grenzschicht aus, in der starke Ströme induziert werden, die an diese Schicht gebunden sind (vgl. [?], S. 10f). Man spicht hierbei von einer „Stromschicht“ die sich beispielsweise auch beim Magnetfeld der Sonne beobachten lässt, wie Abb. **??** zeigt (vgl. [?]).

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

Wie oben angedeutet, führt die durch die magnetische Rekonnexion hervorgerufene Energiedissipation zur Beschleunigung des Plasmas. Da dies typischerweise in Filamentstrukturen im Außenbereich des Plasmas (siehe Abschnitt **??**) stattfindet, können sich an Aktiven Galaktischen Kernen Jets ausbilden, die Plasma auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigen (siehe Abb. 7). Im nächsten Abschnitt möchte ich auf dieses Beispiel noch etwas genauer eingehen.

3 Teilchenbeschleunigung in Jets von AGN

3.1 Einleitung

Jets Aktiver Galaktischer Kerne sind die mächtigsten Teilchenbeschleuniger im Universum. Sie erreichen nach [?] (S. 2) Energien von bis zu 100TeV; ein vielfaches von dem, was Beschleuniger wie der LHC am CERN hier auf der Erde leisten (vgl. [?], S. 21). Um solch hohe Teilchenenergien erklären zu können, müssen Mechanismen vorhanden sein, die einen verlustfreien Energietransport aus dem MHD-Generator in der Zentralregion des Plasmas in die Außenbereiche ermöglichen. Force-free Ströme, wie in Abschnitt **??** beschrieben, sind bei der Bildung von Jets an Aktiven Galaktischen Kernen also von zentraler Bedeutung. Dennoch überraschen Messungen der Effizienz schnell rotierender AGNs mit, auf den ersten Blick unrealistischen, Effizienzen von über 100%. Diesem Problem widmeten sich Alexander Tchekhovskoy, Ramesh Narayan und Jonathan C. McKinney, deren Veröffentlichung „Efficient Generation of Jets from Magnetically Arrested Accretion on a Rapidly Spinning Black Hole“ (vgl. [**?**]) im Folgenden vorgestellt werden soll.

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

3.2 Effizienz der Jet-Erzeugung bei schnell rotierenden AGN

Alexander Tchekhovskoy, Ramesh Narayan und Jonathan C. McKinney zeigen in ihrem Paper vom 31. August 2011 (vgl. [**?**]) anhand von numerischen Simulationen, dass schnell rotierende schwarze Löcher mehr Energie über Jets abgeben können, als ihnen durch die einfallende Masse zur Verfügung steht. Nach dem Blandford-Znajek-Mechanismus (1977, MNRAS, 179, 433) stammt diese zusätzliche Energie aus der Rotationsenergie des schwarzen Loches.

Ausgangspunkt der Simulationen ist ein schnell rotierendes schwarzes Loch, umgeben von einer torusförmigen Akkretionsscheibe die sich zunächst im hydrodynamischen Gleichgewicht befindet. Dieses Gleichgewicht ist jedoch sehr instabil und kann leicht in chaotisches Verhalten umschlagen. So sind beispielsweise kleinste Schwankungen in der Plasma-Dichte in der Lage Turbulenzen hervorzurufen und das Gas in chaotischen Wirbeln auf die Singularität einstürzen zu lassen. Zusätzlich wird die Akkretionsscheibe von einem poloidialen, d.h. senkrecht zur Torusebene kreisförmig verlaufenden, magnetischen Fluss durchsetzt. Da es sich bei der Materie um ein Plasma und damit um geladene Teilchen handelt, wird beim Akkretionsvorgang auch magnetischer Fluss in Richtung des schwarzen Loches transportiert. Allerdings kann keine beliebig hohe Rate an magnetischem Fluss durch den Ereignishorizont eines schwarzen Loches fließen. Der zunächst beschleunigte Materieeinfall erreicht somit einen Sättigungswert, an dem die Rate maximalen magnetischen Flusses durch den Ereignishorizont erreicht ist. Im Folgenden bleiben die einfallende Ruhemasse und der magnetische Fluss durch den Ereignishorizont, von chaotischen Schwankungen abgesehen, pro Zeiteinheit konstant. Da damit auch das Magnetfeld annähernd gleich bleibt, spricht man von der Akkretionsscheibe als „magnetically arrested disc“ (MAD). Der überschüssige magnetische Fluss verbleibt außerhalb des Ereignishorizontes und führt in Kombination mit der schnellen Rotation des schwarzen Loches zur Ausbildung schneckenförmiger Magnetfeldlinien, die ober- und unterhalb der Torusebene senkrecht von der Singularität weg verlaufen und an denen Plasma beschleunigt werden kann. Auf diese Weise können sich senkrecht zur Akkretionsebene äußerst starke Ströme geladener Teilchen (Jets) ausbilden, die für einen Großteil des Energieausflusses aus dem schwarzen Loch verantwortlich sind. Dieser lässt sich nach Blandford und Znajek im cgs-System als Leistung wie folgt beschreiben:

$$P_{BZ} = \frac{\kappa}{4\pi c}\Omega_H^2 \Phi_{BH}^2 f(\Omega_H) \tag{7}$$

Wobei $\frac{\kappa}{4\pi c}$ eine von der Geometrie des magnetischen Feldes abhängige Konstante und $f(\Omega_H)$ eine Näherungsfunktion darstellt, die bei Rotationsparametern von $a > 0,95$ berücksichtigt werden muss. Daneben gibt Ω_H die Rotationswinkelfrequenz und Φ_{BH} den magnetischen Fluss, integriert über eine Halbkugel des Ereignishorizontes, an. Unter Berücksichtigung der einfallenden Ruhemasse lässt sich so das Verhältnis von einfallender zu ausfließender Leistung, der „Wirkungsgrad" des schwarzen Loches, definieren:

$$\eta_{BZ} \equiv \frac{< P_B Z >}{< \dot{M} > c^2} \cdot 100\% \tag{8}$$

Dabei stellen die spitzen Klammern jeweils den zeitlichen Mittelwert der angegebenen Größen dar. $\dot{M}$ repräsentiert die Rate der einfallenden Ruhemasse und c die Lichtgeschwindigkeit. Beobachtungen aktiver Galaxienkerne legen nahe, dass „Wirkungsgrade" $\eta_{BZ} > 100\%$ nötig sind, um die Größe deren Jets zu erklären. Nach Blandford und Znajek stammt die dazu benötigte Energie aus der Rotationsenergie des schwarzen Loches. Folglich können auch nur rotierende schwarze Löcher eine Effizienz von $\eta_{BZ} > 100\%$ aufweisen. In dem hier behandelten Paper konnte erstmals per Simulation gezeigt werden, dass bei astrophysikalisch realistischen, schnell rotierenden schwarzen Löchern der Energieausfluss den Einfall an akkretierender Ruhemassenenergie durchaus übersteigen kann.

3.2.1 Simulationsparameter

Tchekhovskoy, Narayan und McKinney berücksichtigten in ihrer Simulation Masse, Drehmoment und Energie bei höchstmöglicher Genauigkeit. Um numerische Simulationen durchführen zu können, muss zudem auf räumlichen und zeitlichen Gittern mit diskreten Werten gearbeitet werden, deren Auflösung bei den einzelnen Modellen unterschiedlich gewählt wurde. Des Weiteren wurde die Außengrenzen so gesetzt, dass innerhalb der Simulationsdauer in Folge der Lichtgeschwindigkeit kein Informationsaustausch mit der Innengrenze mehr statt finden kann. Der räumliche Abbruch der Simulation kann somit keinerlei Auswirkungen auf die Prozesse in der Umgebung des schwarzen Loches haben. Um die Simulationsdauer zu verkürzen, wurde zur Erzeugung der MAD mit einem großen Betrag an poloidialem magnetischen Fluss gearbeitet, der über eine relativ kurze Distanz von unter 100 Schwarzschildradien akkretiert. Bei Vorgängen in der Natur erwartet man für gewöhnlich einen wesentlich geringeren Fluss, der erst während der Akkretion aus großer Entfernung zunimmt. Für die Vorgänge am schwarzen Loch sollte es jedoch keine Rolle spielen, auf welche Weise die MAD erzeugt wurde. Daneben wurde die Dichte der Akkretionsscheibe zur Vermeidung eines nicht simulierbaren Vakuums nach oben korrigiert, wann immer ein kritischer Wert unterschritten wurde. Diese Zugaben von Masse oder innerer Energie wurden bei der Auswertung der Simulation berücksichtigt und abschließend wieder herausgerechnet. Untersucht wurden fünf verschiedene Modelle, die sich in der Rotationsgeschwindigkeit des Ereignishorizontes sowie in der Geometrie des Torus unterscheiden. Dabei stimmten die Ergebnisse der vier Modelle, die einen Rotationsparameter $a = 0,99$ verwendeten, innerhalb ihrer numerischen Ungenauigkeit überein. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die Geometrie der Akkretionsscheibe bezüglich der Effizienz des schwarzen Loches eine eher untergeordnete Rolle spielt.

Abbildung aus urheberrechtlichen Gründen entfernt

3.2.2 Auswertung

Im Zuge der detaillierten Auswertung wird das Modell A0.99fc, das sich aus A0.99f und A0.99fh zusammensetzt und mit einem Rotationsparameter von

$a = 0,99$ arbeitet, genauer betrachtet. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abb. **??** dargestellt. Wobei im oberen Teil (Abb. **??**a - d) Materieverteilung und Magnetfeld zu vier, im unteren Teil mit roten Punkten markierten, beispielhaft aus der Simulation gegriffenen Zeitpunkten dargestellt sind. Dabei entspricht nach der Skala rechts der Abbildungen eine rote Färbung einer hohen und eine blaue Färbung einer niedrigen Materiedichte. In Abb. **??**e - g wird der zeitliche Verlauf der Änderung der einfallenden Ruhemasseenergie (Abb. **??**e), des dimensionslosen magnetischen Flusses ϕ_{BH} (Abb. **??**f) sowie der erreichten Effizienz η (Abb. **??**g) gegen die Zeit aufgetragen. Wie bereits beschrieben, kommt es nach der Sättigung des dimensionslosen magnetischen Flusses[1] ϕ_{BH} bei $t \approx 6000\frac{r_g}{c}$ zur Stagnation der zuvor beschleunigten Akkretion, wobei sich eine „magnetically arrested disc“ (MAD) ausbildet. Im weiteren Verlauf unterliegen alle drei angegebenen Messgrößen chaotischen Schwankungen, bleiben aber im Mittel konstant. An den Maxima der Ruhemassenakkretionswerte kommt es dabei gelegentlich zu Eruptionen magnetischen Flusses nach außen (z.B. Abb. **??**b, $x \approx 20r_g$), womit der Sättigungswert von ϕ_{BH} nie überschritten wird. Im Folgenden kommt es durch den erhöhten magnetischen Ausfluss zu einem kurzzeitigen Abfall der Akkretionsrate, wobei jedoch nie ein Nullpunkt erreicht wird. Darüber hinaus flacht sich nach Ausbildung der MAD der innere Bereich der Akkretionsscheibe in folge des starken Magnetfeldes vertikal ab, wie es in Abb. **??** zusehen ist.

Der „Wirkungsgrad“ η der simulierten schwarzen Löcher definiert sich nun wie folgt über die Differenz der Rate einfallender Ruhemassenenergie F_M

[1] Der dimensionslose magnetische Fluss ergibt sich bei Gl. **??** nach Einsetzen des Terms für di Leistung des schwarzen Loches P_{BZ} (Gl. **??**) wie folgt aus dem magnetischen Fluss: $\phi_{BH} = \frac{\Phi_{BH}}{\sqrt[2]{<\dot{M}> r_g^2 c}}$. Dabei ist r_g der Schwarzschildradius.

zur Rate ein- bzw. ausfließender Nettogesamtenergie F_E, normiert auf den zeitlichen Mittelwert von F_M:

$$\eta \equiv \frac{F_M - F_E}{< F_M >} \cdot 100\% \tag{9}$$

Dabei ist zu beachten, das F_M für Massenakkretion auf das schwarze Loch positive Werte annimmt. F_E hingegen hat für einen Nettoenergieausfluss ein negatives und im gegenteiligen Falle positives Vorzeichen. Damit ergibt sich für das Modell A0.99fc ein „Wirkungsgrad" von $\eta = 140 \pm 15\%$, was innerhalb der Rechengenauigkeit mit der Effizienz aus dem BZ-Mechanismus übereinstimmt, welche bei $\eta_{BZ} \approx 135\%$ liegt. Wird dagegen ein geringerer Rotationsparameter $a = 0,5$ wie im Modell A0.5 gewählt, liegt die Effizienz mit $\eta = 30 \pm 5\%$ deutlich niedriger. Die weiteren drei hier nicht näher betrachteten Modelle A0.99, A0.99f und A0.99fh stimmten innerhalb des Unsicherheitsbereiches in ihrem „Wirkungsgrad" mit dem des Modells A0.99fc überein.

3.2.3 Schlussfolgerungen

Somit können sehr schnell rotierende schwarze Löcher, wie im BZ-Mechanismus beschrieben, in astrophysikalisch realistischen Szenarien durchaus eine Effizienz von $\eta > 100\%$ erreichen. Diese scheint dabei hauptsächlich von der Rotationsgeschwindigkeit abzuhängen, wie durch den Vergleich der Modelle deutlich wird. Darüber hinaus können Teilchen mittels Jets in großem Maßstab auf Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden. Die dabei erreichten Teilchenenergien sprengen die in Teilchenbeschleunigern auf der Erde erreichten um ein vielfaches, was schwarze Löcher zu äußerst vielversprechenden Objekten der Astroteilchenphysik macht.

4 Zusammenfassung

Wie gezeigt werden konnte, ist die Magnetohydrodynamik ein überaus mächtiges Werkzeug zur universellen Beschreibung von Magnetfeldern im Universum. Dabei lassen sich mithilfe der idealen MHD nach [?] (S. 12) bereits sinnvolle Abschätzungen für eine ganze Reihe verschiedener Szenarien, von Eruptionen auf der Sonnenoberfläche bis hin zu den Vorgängen an Aktiven Galaktischen Kernen, treffen. Erweitert man die Theorie zur realen MHD, können Aussagen über die, durch magnetische Rekonnexion hervorgerufene, Energiedissipation getroffen werden. Auch in Zukunft wird die Magnetohydrodynamik, beispielsweise im Hinblick auf die Erforschung von Aktiven Galaktischen Kernen wie in Abschnitt **??** beschrieben, sicherlich ein spannendes Forschungsgebiet bleiben.

5 Anhang: Grundlagen der MHD

5.1 Detektion kosmischer Magnetfelder

Die einzige gute Möglichkeit etwas über weit entfernte Objekte im Universum zu erfahren, ist die elektromagnetische Strahlung, die uns erreicht. Aus ihr lässt sich jedoch weit mehr herauslesen als auf den ersten Blick möglich erscheint. So unterscheidet man beispielsweise thermische und nicht-thermische Strahlung (vgl. [?], S. 5). Thermische Strahlung weist eine sogenannte maxwellsche Energieverteilung auf; d.h. ihr kann direkt eine Temperatur zugeordnet werden. Da nach [?] (S. 5f) jede Beschleunigung eines geladenen Teilchens zur Aussendung von elektromagnetischer Strahlung führt, erzeugen in Plasmen Stöße der Teilchen untereinander die sogenannte Bremsstrahlung. Sie erlaubt direkte Aufschlüsse über Temperatur und Dichte des Plasmas.

Nicht-thermische Strahlung ist nicht maxwellverteilt, womit sich ihr auch keine Temperatur zuordnen lässt. Sie entsteht durch Interaktion von Ladungsträgern mit elektromagnetischen Feldern und liefert damit den Schlüssel zur Detektion der Felder. Nach [?] (S. 31) und [?] (S. 31) werden geladene Teilchen in elektrischen Feldern beschleunigt und in magnetischen Feldern durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn abgelenkt. Die Strahlung, die bei Letzterem aufgrund der Zentrifugalbeschleunigung entsteht, wird als Synchotronstrahlung bezeichnet (vgl. [?], S. 6). Sie ist umso energiereicher, je kleiner die Masse der Teilchen ist. Aus diesem Grund werden in Ringbeschleunigern wie dem CERN anstatt von Elektronen schwerere Protonen eingesetzt; die Strahlungsverluste bei einer Elektronenbeschleunigung würden die Anlage unrentabel machen. Neben der Synchotronstrahlung spielt die Inverse Compton Streuung als weiterer nicht-thermischer Prozess bei astrophysikalischen Plasmen ebenfalls eine wichtige Rolle (vgl. [?], S. 9). Dabei können Ladungsträger mit relativistischen Geschwindigkeiten Energie an Photonen übertragen, mit denen sie zusammenstoßen.

Somit lassen sich alleine aus der elektromagnetischen Strahlung Rückschlüsse auf Stärke und Gestalt von Magnetfeldern im Universum ziehen.

5.2 Das Ohmsche Gesetz

Aus dem Schulunterricht ist bereits ein Spezialfall des Ohmschen Gesetzes, der Zusammenhang zwischen Spannung U, elektrischem Widerstand R und Stromstärke I, bekannt.

$$U = R \cdot I \tag{10}$$

Gültig ist die Gleichung nur dann, wenn die Leitfähigkeit σ_{el} des Leiters unabhängig von I und U konstant bleibt. In seiner allgemeinen Form, die auch in der MHD Verwendung findet, gibt das Gesetz dagegen einen Zusammenhang der elektrischen Leitfähigkeit σ_{el} und des wirksamen elektrischen Feldes $\vec{E}^*$ mit der Stromdichte $\vec{j}$ an.

$$\vec{j} = \sigma_{el}\vec{E}^* = \sigma_{el}(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}]) \tag{11}$$

$\vec{B}$ repräsentiert das magnetische Feld, $\vec{E}$ das anliegende elektrische Feld bzw. $\vec{v}$ die Geschwindigkeit der Ladungsträger (vgl. [?], S.49).

5.3 Die Maxwell-Gleichungen

Maxwell revolutionierte mit der Vereinheitlichung der elektrischen mit der magnetischen Kraft die Physik, eine entsprechende Bedeutung haben auch heute noch die vier von ihm gefundenen Grundgleichungen. Sie bilden die

Grundlage der Elektrodynamik und beschreiben das Verhalten von elektromagnetischen Feldern. In der Mathematik ist ein Feld nach [?] (S. 229) eine mehrdimensionale Funktion; d.h. eine Funktion die von mehr als einer Variable abhängt, von Raum und Zeit. Gerichtete Felder werden dabei, wie beispielsweise das elektromagnetische Feld, als Vektorfelder, ungerichtete als Skalarfelder bezeichnet. Im Folgenden sollen die dritte (Gl. **??**) und vierte (Gl. **??**) Maxwell-Gleichung nach [?] (S. 345) einmal näher betrachtet werden.

$$\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \tag{12}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j} + \frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}} \tag{13}$$

$\vec{E}$ und $\vec{B}$ repräsentieren hier das elektrische bzw. magnetische Feld, $\vec{j}$ die Stromdichte, c die Lichtgeschwindigkeit und ε_0 die elektrische Feldkonstante. ∇ wird als Gradient bezeichnet und fasst alle partiellen Ableitungen einer mehrdimensionalen Funktion in einem Spaltenvektor zusammen und gibt im untersuchten Punkt die Richtung des steilsten Anstiegs der Funktion an. Als partielle Ableitung wird generell die Ableitung einer mehrdimensionalen Funktion nach einer ihrer Abhängigkeitsgrößen bezeichnet. Wird wie in Gl. **??** und **??** das Kreuzprodukt des Gradienten und einer Vektorfunktion gebildet, so erhält man die sogenannte Rotation, auch Wirbelstärke genannt (vgl. [?], S. 230f). Sie gibt Aufschluss über die Tendenz des Feldes um bestimmte Punkte zu rotieren. Nach der dritten Maxwell-Gleichung entspricht die Wirbelstärke des elektrischen Feldes damit der negativen zeitlichen Änderung des Magnetfeldes. Die Gleichung repräsentiert somit das weithin bekannte und beispielsweise in Generatoren genutzte Prinzip der Induktion. Wie in Gl. **??** zu sehen, können magnetische Wirbelfelder dagegen zum einen durch bewegte Ladungträger ($\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j}$) und zum anderen durch den sogenannten Verschiebungsstrom, die zeitliche Änderung von elektrischen Feldern ($\frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}}$), erzeugt werden (vgl. [?], S. 345f).

In den ersten zwei Maxwell-Gleichungen spielt nach [?] (S. 345) dagegen die sogenannte Divergenz, das Skalarprodunkt von ∇ mit einer Vektorfunktion, eine wichtige Rolle. Sie beschreibt das Vorhandensein von Quellen und Senken eines Feldes, wie Ladungsträger im elektrischen Feld (vgl. [?], S. 230f). Auch für die Betrachtung der idealen MHD in Abschnitt **??** ist die Divergenz von Bedeutung.

Literatur

[1] J. Wilms; *Stellar Death*; http://hydrus.sternwarte.uni-erlangen.de/~wilms/teach/intro1314/chapter0015.pdf; aufgerufen am 22.10.2014, 19:22 Uhr

[2] J. Wilms; *Active Galactic Nuclei*; http://hydrus.sternwarte.uni-erlangen.de/~wilms/teach/intro1314/chapter0021.pdf; aufgerufen am 22.10.2014, 19:22 Uhr

[3] F. Cap; *Lehrbuch der Plasmaphysik und Magnetohydrodynamik*; Springer-Verlag Wien, 1994

[4] H. Lesch, G. Birk und A. Crusius; *Astrophysical Plasmas*; http://www.usm.uni-muenchen.de/people/lesch/astrophysical _plasmas.pdf; aufgerufen am 20.07.2014, 16:23 Uhr

[5] Benutzer „Alex82“ auf Wikimedia Commons; *Skizze eines Magneto-hydrodynamischen Generators*; http://commons.wikimedia.org/wi ki/File:Prinzipskizze_Magnetohydrodynamischer_Generator.png; aufgerufen am 27.10.2014, 13:35 Uhr

[6] J. H. Thomas, N. O. Weiss, S. M. Tobias und N. H. Brummell; *pumping of magnetic flux as the cause of filamentary structures in sunspot penumbrae*; Nature 420 S. 390-393, 2002

[7] McGraw-Hill Companies, Inc.; *McGraw-Hill Concise Encyclopedia of Physics, Pinch Effect*; http://encyclopedia2.thefreedictionary.com /pinch+effect; aufgerufen am 27.10.2014, 13:44 Uhr

[8] C. Weber und U. Kilian (Hrsg.); *Lexikon der Physik, Dissipation*; http://www.spektrum.de/lexikon/physik/dissipation/3196; aufgeru-

fen am 7.10.2014, 18:25 Uhr; Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, 1998

[9] C. Weber und U. Kilian (Hrsg.); *Lexikon der Physik, Rekonnexion*; http://www.spektrum.de/lexikon/physik/rekonnexion/12296; aufgerufen am 7.10.2014, 18:25 Uhr; Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, 1998

[10] NASA; *The 3-D Shape of the HCS*; http://lepmfi.gsfc.nasa.gov/mfi/hcs/hcs_shape.html; aufgerufen am 23.10.2014, 07:27 Uhr

[11] A. West et al.; *Ford Conference*; http://reddwarfs.wordpress.com/2013/09/28/ford-conference; aufgerufen am 27.10.2014, 13:49 Uhr

[12] CERN; *CERN faq, LHC the Guide*; http://cds.cern.ch/record/1165534/files/CERN-Brochure-2009-003-Eng.pdf; aufgerufen am 23.10.2014, 08:14 Uhr

[13] A. Tchekhovskoy, R. Narayan und J. C. McKinney; *Efficient Generation of Jets from Magnetically Arrested Accretion on a Rapidly Spinning Black Hole*; Mon. Not. R. Astron. Soc. 000 1-6, 2011

[14] W. Demtröder; *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik*; Spektrum Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 6. Auflage 2013

[15] M. Otto; *Rechenmethoden für Studierende der Physik im ersten Jahr*; Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Nachdruck 2013

Erkärung

„Ich habe diese Seminararbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen und Hilfsmittel benützt.“

_ _

Ort, Datum

_ _

Unterschrift

Bewertung

	Note	Notenstufe in Worten	Punkte		Punkte
schriftliche Arbeit				x 3	
Abschlusspräsentation				x 1	
				Summe:	
				Gesamtleistung nach §61 (7) GSO = Summe/2 (gerundet):	

_ _

Datum und Unterschrift der Kursleiterin